

DIEGO DE CARVALHO MARTINS

Modelos de Otimização para Análise de Estilo

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de Produção

São Paulo

2010

DIEGO DE CARVALHO MARTINS

Modelos de Otimização para Análise de Estilo

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de Produção

Área de Concentração:
Engenharia de Produção

Orientadora:
Prof^ª. Dr^ª. Celma de Oliveira Ribeiro

São Paulo

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Martins, Diego de Carvalho

**Modelos de otimização para Análise de Estilo / D.C. Martins.
-- São Paulo, 2010.
108 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1. Pesquisa operacional 2. Finanças 3. Portfolios (Adminis-
tração) I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Depar-
tamento de Engenharia de Produção II. t.**

Dedico este trabalho ao
meu pai.

AGRADECIMENTOS

À minha família, por todo apoio e incentivo que me deram ao longo da minha vida e de minha formação acadêmica, assim como pela compreensão nos momentos de ausência.

À Prof^a. Dr^a. Celma de Oliveira Ribeiro, pela atenção dedicada ao meu trabalho, por me motivar a cada obstáculo encontrado, e por enriquecer não só este trabalho mas também minha formação com todo o conhecimento compartilhado.

Aos colegas da PPS – Portfolio Performance, pelo apoio e ajuda no desenvolvimento deste trabalho, como também por propiciarem um ambiente profissional sempre cordial e amigável, fundamentais para o sucesso de qualquer projeto.

RESUMO

Desde sua proposição por William Sharpe em 1992, a Análise de Estilo veio se popularizando como uma importante ferramenta na avaliação de performance de carteiras de investimentos. O presente Trabalho tem por objetivo identificar métodos propostos na literatura para se determinar a Análise de Estilo baseada no retorno de *portfolios*, e aplicá-los ao mercado brasileiro de carteiras de Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs). Ademais, um método de *tracking* de índices com restrição sobre o CVaR é proposto. Os modelos elencados foram testados em um fundo fictício controlado, assim como em dois fundos representativos do mercado de EFPCs. Para os testes, foram criados dois grupos de classes de ativos representativos dos mercados de Renda Fixa e Renda Variável nacionais.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Finanças, Portfólios (Administração).

ABSTRACT

Since it was introduced by William Sharpe in 1992, Style Analysis is becoming more and more popular as an important portfolio performance evaluation tool. This paper aims to identify methods appearing in the Literature in order to calculate Return-Based Style Analysis, applying them to *portfolios* of the Brazilian closed pension funds market. Furthermore, an index tracking method with a CVaR constraint is proposed. The identified methods were tested with a fake passive portfolio, and also with two *portfolios* chosen from the national closed pension funds market. Two groups of asset classes were defined to be used in the tests, representing Brazil's Fixed Income and Stock markets.

Keywords: Operations Research, Finance, Portfolio Management.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Exemplo de medidas de VaR e CVaR sobre uma distribuição	38
Gráfico 2: Carteira consolidada das EFPCs por tipo de aplicação em Maio/2010 (Fonte: ABRAPP, 2010)	41
Gráfico 3: Estoque de debêntures por tipo – Novembro/2010 (Fonte: Debentures.com.br)	49
Gráfico 4: Evolução de Cotas do Fundo A.....	55
Gráfico 5: Evolução da Cota do Fundo B.....	57
Gráfico 6: Evolução da Cota do Fundo C.....	58
Gráfico 7: Histograma dos erros aleatórios - Modelo de CVaR para o Fundo A, Período Anual	76
Gráfico 8: Histograma dos erros aleatórios - Modelo Quadrático para o Fundo A, Período Anual	77
Gráfico 9 – Plot Q-Q Normal dos desvios do CVaR.....	77
Gráfico 10 - Plot Q-Q Normal dos desvios do modelo Quadrático.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Família de índices IMA	47
Tabela 2: Grupo 1 de Classes de Ativos.....	52
Tabela 3: Grupo 2 de Classes de Ativos.....	52
Tabela 4: Títulos elegíveis a séries de retorno.....	53
Tabela 5: Carteira de Investimentos do Fundo A	56
Tabela 6: Grid de parâmetros de teste do modelo de CVaR.....	58
Tabela 7: Desvios encontrados segundo valores de α e w	59
Tabela 8: Períodos utilizados na Análise de Estilo.....	61
Tabela 9: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual	63
Tabela 10: Resultados agregados da Análise de Estilo do Fundo A – Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual	64
Tabela 11: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Trimestral	66
Tabela 12: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Mensal....	68
Tabela 13: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Anual	69
Tabela 14: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Trimestral	70
Tabela 15: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo B - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual.....	72
Tabela 16: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Anual.....	73
Tabela 17: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual.....	74
Tabela 18: Testes de Normalidade sobre os erros dos modelos de CVaR e Quadrático	77
Tabela 19: Teste de amostras pareadas - Período Anual	80
Tabela 20: Testes de amostras pareadas - Período Semestral.....	80
Tabela 21: Testes de amostras pareadas - Período Trimestral	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABRAPP	Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar
ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CMN	Conselho Monetário Nacional
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
EAPC	Entidade Aberta de Previdência Complementar
EFPC	Entidade Fechada de Previdência Complementar
FI	Fundo de Investimento
FIC	Fundo de Investimento em Cotas
HBSA	Holding-based Style Analysis
IMA	Índices de Mercado da ANBIMA
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
LFT	Letra Financeira do Tesouro
LTN	Letra do Tesouro Nacional
NTN-B	Nota do Tesouro Nacional – Série B
NTN-F	Nota do Tesouro Nacional – Série F
RBSA	Return-based Style Analysis

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
1.1. DESCRIÇÃO DA ORGANIZAÇÃO.....	13
1.1.1. A EMPRESA – BREVE HISTÓRICO.....	13
1.1.2. PRODUTOS.....	14
1.2. DESCRIÇÃO DO ESTÁGIO.....	15
1.3. PROBLEMA E OBJETIVOS.....	16
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO DE FORMATURA.....	18
 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1. FUNDOS DE INVESTIMENTOS – DEFINIÇÕES.....	19
2.1.1. ASPECTOS QUALITATIVOS.....	19
2.1.2. ASPECTOS QUANTITATIVOS.....	20
2.2. A ANÁLISE DE ESTILO	21
2.3. A ANÁLISE DE ESTILO BASEADA NO RETORNO.....	22
2.4. MÉTODOS DE CÁLCULO DA ANÁLISE DE ESTILO BASEADA NO RETORNO....	24
2.4.1. USO DA REGRESSÃO LINEAR MULTIVARIADA TRADICIONAL	25
2.4.2. USO DE MODELOS QUADRÁTICOS	27
2.4.3. MODELAGEM DO PROBLEMA QUADRÁTICO.....	29
2.5. MÉTODOS UTILIZADOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA QUADRÁTICO	29
2.5.1. MÉTODO DO GRADIENTE SIMPLES – UMA ABORDAGEM EMPÍRICA	30
2.5.2. MÉTODO DE WOLFE	32
2.5.3. MÉTODO DE PROJEÇÃO (OU <i>ACTIVE SET</i>).....	33
2.6. USO DE UM MODELO DE VaR/CVaR	36
2.7. A ESCOLHA DAS CLASSES DE ATIVOS PARA O MERCADO BRASILEIRO	40
2.7.1. RENDA VARIÁVEL	41
2.7.2. RENDA FIXA	43

3. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS E DOS <i>PORTFOLIOS</i>	
ANALISADOS	51
3.1. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS UTILIZADAS	51
3.2. CRIAÇÃO DE UMA CARTEIRA FICTÍCIA	54
3.3. ESCOLHA DOS FUNDOS DE INVESTIMENTO REAIS.....	56
3.4. CALIBRAGEM DO MODELO DE CVaR.....	58
 4. RESULTADOS	 61
4.1. DESCRIÇÃO DOS TESTES REALIZADOS.....	61
4.2. RESULTADOS DO FUNDO A	62
4.3. RESULTADOS RELATIVOS AOS FUNDOS REAIS.....	70
4.4. CONSIDERAÇÕES ACERCA DO MODELOS EMPREGADOS	75
 5. CONCLUSÃO.....	 81
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 85
 ANEXO A – Matrizes de Correlação entre ativos.....	 89
 ANEXO B – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A	 91
 ANEXO C – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo B	 97
 ANEXO D – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C	 103

1. INTRODUÇÃO

Este Trabalho de Formatura, apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do diploma de Engenheiro de Produção, almeja identificar métodos de otimização para a resolução da Análise de Estilo de *portfolios*, assim como aplicá-los ao mercado brasileiro, analisando suas soluções.

Neste capítulo introdutório, apresentaremos a organização na qual o estudo foi desenvolvido, além de identificarmos as motivações que levaram à sua produção. Finalmente, o problema a ser solucionado será posto, e a estrutura deste Trabalho será apresentada.

1.1. DESCRIÇÃO DA ORGANIZAÇÃO

1.1.1. A EMPRESA – BREVE HISTÓRICO

Este Trabalho de Formatura foi desenvolvido na empresa PPS – Portfolio Performance. Trata-se de um escritório de consultoria financeira, com sede na cidade de São Paulo, e focado no atendimento a investidores institucionais, com particular atenção a Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC).

A PPS tem suas origens em 1996, quando do desenvolvimento do primeiro software de avaliação de desempenho de carteiras de investimento inteiramente brasileiro, o Portfolio Performance System – PPS – que acabou dando nome à empresa. Uma vez desenvolvido o software PPS, constatou-se o surgimento de uma demanda crescente, por parte dos investidores institucionais, por avaliações de performance de investimentos mais técnicas e objetivas, refletindo de forma clara a maneira e o grau de eficiência com o qual um *portfolio* era gerido. Daí nasceu então a idéia da criação de uma consultoria capaz de suprir tal demanda, utilizando-se dos recursos oferecidos pelo software PPS.

Com o aumento da regulação das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) por parte do Conselho Monetário Nacional (CMN) – iniciado com a publicação da Resolução n. 2829 de 30 de março de 2001, hoje substituída pela Resolução n. 3792 de 24 de setembro

de 2009 – a PPS ampliou o escopo de seus serviços prestados, de maneira a atender as necessidades agora exigidas às EFPCs.

1.1.2. PRODUTOS

Desde sua criação até os dias atuais, a PPS manteve sua veia inovadora, desenvolvendo toda uma gama de produtos para atender as mais diversas necessidades de seus clientes institucionais, principalmente os fundos de pensão. Segue uma lista não exaustiva dos produtos e serviços oferecidos pela consultoria.

Avaliação de desempenho de carteiras: Os relatórios gerados pelo software PPS contêm um grande número de índices de performance, que medem de diferentes maneiras o retorno, o risco, e também o retorno ajustado ao risco de fundos e carteiras de investimentos, além de alguns parâmetros calculados em regressões, entre outros. Estes dados, baseados na Teoria Moderna de *Portfolios*, são ainda enriquecidos através da análise comparativa dos índices de performance do fundo em questão com demais fundos de mercado de mesmo perfil. Isto só é possível graças a uma rica base de dados que vem sendo desenvolvida pela PPS desde a sua origem, e que possui históricos de fundos de investimento do mercado nacional. Assim, tendo como suporte os relatórios extraídos do PPS, os analistas e consultores da empresa explicitam ao cliente de forma clara e objetiva o desempenho de seus *portfolios*, seja através de pareceres ou de reuniões e apresentações. *Dentre os indicadores apresentados nos relatórios de desempenho de carteiras está a Análise de Estilo de fundos de investimento, que, por sua vez, é o tema central deste Trabalho de Formatura.*

Asset & Liability Modelling: A PPS desenvolveu o seu próprio aplicativo de gerenciamento de ativos e passivos para fundos de pensão e seguradoras, que inclui simulação estocástica de variáveis macroeconômicas (com estabelecimento de árvore de cenários), cálculo de solvência por estágio de simulação, otimização e fronteira eficiente. Tendo em mãos os resultados obtidos a partir deste software, os analistas da PPS elaboram um parecer técnico explicitando a melhor alocação estratégica para a instituição, e oferece ainda o assessoramento ao cliente na implantação e nos ajustes periódicos do modelo obtido.

Controle de Riscos: Compreende a elaboração de relatórios que cobrem os riscos de mercado (através de cálculos de *Value-at-Risk*, *Tracking Error* e *Stress Test*), de crédito e de liquidez.

Documentos legalmente exigidos às Entidades Fechadas de Previdência Complementar: A PPS oferece a seus clientes a elaboração de documentos exigidos pela Secretaria de Previdência Complementar, como Políticas de Investimentos, Demonstrativos de Investimentos e Divergência Não Planejada.

Reuniões de Avaliação comparada de desempenho: A PPS realiza trimestralmente um evento, a fim de apresentar uma avaliação comparada da performance dos investimentos dos clientes que autorizarem previamente a participação no estudo. Nessa ocasião, a equipe da PPS apresenta os resultados obtidos pelas várias carteiras e/ou fundos, dentro de cada agrupamento, segundo os vários critérios de avaliação baseada em risco e retorno, assim como outros parâmetros isoladamente, como risco, retorno acumulado, capacidade de *timing*, seletividade e outros que, conforme o momento vivido pelo mercado, sejam considerados de interesse.

1.2. DESCRIÇÃO DO ESTÁGIO

Iniciei o meu atual estágio na PPS em janeiro de 2009. Dada a equipe pouco numerosa da empresa, aliada à inexistência formal de departamentos nela, não fui inicialmente alocado numa posição ou atividade específica, passando a dar apoio ao desenvolvimento e melhoria dos modelos matemáticos utilizados pela consultoria no desempenho de suas atividades. Passei então a ser, de certa forma, o responsável pelo bom funcionamento dos modelos empregados, assim como pela pesquisa de novas soluções para os nossos serviços.

Destarte, minhas atividades ao longo deste estágio consistiam em identificar possíveis problemas ou limitações nos modelos matemáticos utilizados e buscar soluções para eles, seja através de adaptações ou mesmo na proposta de novas modelagens. Uma vez encontrada uma nova solução, eu me encarregava de colocá-la em prática, ou então a encaminhava à equipe de programação para que ela fosse implementada.

Esta posição me permitiu ter contato direto com praticamente todas as atividades prestadas pela PPS, transitando principalmente pelas áreas de avaliação de desempenho de carteiras, cálculo e controle de riscos de mercado e estudos de *Asset & Liability Modelling*. Dentre os principais projetos que desenvolvi ao longo do meu primeiro ano de estágio, posso citar: o desenvolvimento de um modelo proprietário de cálculo de *Value at Risk* do tipo paramétrico

para fundos e carteiras de investimentos; a implementação de um modelo de Programação Linear para a microalocação ótima de ativos de renda fixa; e adaptações ao modelo de macroalocação de investimentos através de simulação estocástica.

Por fim, desde o início de 2010, venho trabalhando no projeto de melhoria do modelo de Análise de Estilo de fundos de investimento implementado no software proprietário de avaliação de desempenho de carteiras, do qual surgiu a motivação para este Trabalho de Formatura.

1.3. PROBLEMA E OBJETIVOS

Segundo os consultores da PPS Portfolio Performance, vinha sendo observada, desde 2006, uma deterioração na qualidade das soluções do modelo de Análise de Estilo de fundos de investimento, implementado no software proprietário que dá nome à consultoria. Esta situação foi se agravando ao ponto de, no início do ano de 2010, os índices de significância dos resultados do modelo dificilmente superavam a casa dos 60%.

A Análise de Estilo é, por sua vez, uma ferramenta muito útil e prática no sentido de se entender ou justificar o comportamento de um dado fundo de investimento, tanto em relação ao risco incorrido quanto ao retorno auferido. Ao passo que ela permite, através de informações disponibilizadas livremente ao mercado (a saber, as séries históricas de cotas de fundos de investimento e de retorno de ativos ou classes de ativos), identificar a composição média da carteira de ativos financeiros de um dado fundo de investimento, segundo ativos ou classes de ativos pré-estabelecidas.

Logo, a Análise de Estilo possibilita ao cotista de um fundo de investimentos o conhecimento de sua composição média, sem a necessidade de se saber com detalhes quais ativos integram a carteira de investimentos do fundo. Essa metodologia é particularmente importante quando se trata da análise de Fundos de Investimento em Cotas (FICs), que são *portfolios* cujos ativos são cotas de outros Fundos de Investimento (FIs). Conhecer a composição final de um FIC implica em conhecer a composição exata de cada um dos FIs dos quais ele é cotista para, em seguida, considerar como sendo ativo do FIC quantidades dos ativos dos FIs proporcionais ao número de cotas detido pelo FICs. Com a Análise de Estilo, com apenas uma série de retornos do FIC já se pode conhecer sua composição média segundo um conjunto índices

representativos do mercado no qual ele se insere, levando-se em conta o efeito final das diversas cotas de fundos diferentes que o compõe.

No mais, não podemos perder de vista a relevância desta ferramenta para o perfil de clientes atendidos pela PPS. Estamos tratando aqui dos chamados investidores institucionais – participantes do mercado financeiro que atuam na gestão de recursos de terceiros –, dentre os quais as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs). A PPS tem em sua carteira de clientes alguns dos maiores Fundos de Pensão do país, como a Fundação Real Grandeza (do grupo FURNAS), Fundação ELETROCEEE (das Centrais Elétricas do Rio Grande do Sul), tendo também já prestado serviços à PETROS (fundo de pensão patrocinado principalmente pela Petrobras). Ademais, a PPS presta serviço para um grande número de EFPCs de empresas multinacionais, como PreviSiemens, Volkswagen Previdência Privada, PreviBosch, EmbraerPrev, CargillPrev, Fundação São Rafael (do grupo Xerox) e Fundação IBM, dentre outras.

Estas entidades são responsáveis pelos investimentos que garantem a rentabilidade dos recursos de planos de aposentadoria dos colaboradores de sua respectiva empresa (também chamada de Patrocinadora do plano). Para as EFPCs, o acompanhamento permanente do comportamento de sua carteira de investimentos é essencial para que se garanta a solvência de seus planos de aposentadoria, ou ainda a melhor remuneração possível das reservas de seus participantes a níveis de risco mitigado. A Análise de Estilo é, para elas, uma ferramenta prática e objetiva no controle do perfil de seus investimentos, importante sob dois aspectos: na verificação do enquadramento dos investimentos da entidade em relação à Política de Investimentos que ela deve seguir; no controle das atividades de um gestor de recursos terceirizado, observando-se se o fundo gerido se adéqua ao mandato delegado ao gestor.

Também podemos vislumbrar na Análise de Estilo uma importante ferramenta de marketing. Haja vista que sua técnica pode ser utilizada para se conhecer a composição de fundos de investimentos concorrentes, de maneira a se descobrir quais estratégias foram ou estão sendo usadas para que o fundo analisado obtenha um dado desempenho. Assim, a Análise de Estilo pode ser de muita valia para gestores de recursos de terceiros: podemos, neste caso, citar como exemplo as Entidades Abertas de Previdência Complementar. As EAPCs são gestoras de planos de aposentadoria complementar que podem ser adquiridos por qualquer pessoa física (sem a necessidade de vínculo empregatício com empresas patrocinadoras), e que são vendidos, por exemplo, pelos bancos e seguradoras.

Dadas as características desses produtos – que são de longo prazo e destinados a acumular uma reserva segura para o futuro do participante –, seus perfis de investimento são um tanto quanto tradicionais, baseados em títulos públicos, títulos privados e ações. Mais do que isso, os produtos oferecidos pelas EAPCs tendem a ser deveras semelhantes, ao passo que o cliente em potencial usa normalmente, como critério de escolha, o desempenho passado dos produtos de diversas casas. Por conseguinte, é relevante para uma dada EAPC que ela conheça os produtos da concorrência que estão no mesmo grupo de comparação que o seu. Afinal, é de seu interesse que sua estratégia supere a dos demais, entretanto, não seria conveniente que a mesma se diferenciasse muito das outras, uma vez que, dessa maneira, ela correria um risco maior de ver seu produto, num cenário mais adverso de mercado, se distanciar negativamente dos demais.

Assim sendo, era relevante à PPS identificar os problemas de seu modelo de Análise de Estilo e, por conseguinte, melhorá-lo, de maneira a voltar a apresentar a seus clientes informações consistentes acerca da Análise de Estilo de seus fundos. Foi então deste problema que emergiu o tema para este Trabalho de Formatura, que tem como objetivo melhorar os resultados da Análise de Estilo de fundos de investimento, à luz do atual mercado de fundos brasileiros e dos ativos financeiros disponíveis neste mercado.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO DE FORMATURA

Este Trabalho de Formatura foi estruturado em cinco capítulos. Este primeiro capítulo tem caráter introdutório, dedicando-se à contextualização deste Trabalho, apresentando a empresa na qual ele foi desenvolvido, assim como suas motivações e o problema a ser resolvido. No capítulo 2, será apresentada a revisão da Literatura acerca da Análise de Estilo, dos modelos de otimização e regressão empregados em sua resolução, além de lançar as bases teóricas para a compreensão das classes de ativos identificáveis no mercado financeiro brasileiro.

O capítulo 3 dedica-se a definir os parâmetros e dados necessários para a realização de testes nos modelos elencados, como a escolha de conjuntos de classes de ativos e também dos fundos de investimento a serem analisados. É no capítulo 4, por sua vez, que são trazidos os resultados obtidos nos testes, como também suas interpretações e considerações. Por fim, o capítulo 5 traz a conclusão deste Trabalho de Formatura, apresentando suas considerações finais e futuras extensões.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção se dedica à exposição daquilo que já foi publicado acerca da Análise de Estilo de *portfolios*. Ela principia com as definições de uma carteira de investimentos e apresentação da definição da Análise de Estilo baseada no retorno, tal qual enunciada inicialmente por William Sharpe. Em seguida, serão abordados alguns métodos propostos na literatura, ou sugeridos pelo autor, para o cálculo da regressão sobre a qual se baseia a Análise de Estilo. Por fim, serão apresentadas as bases teóricas para a compreensão e definição das classes de ativos para o mercado financeiro brasileiro.

2.1. FUNDOS DE INVESTIMENTOS – DEFINIÇÕES

2.1.1. ASPECTOS QUALITATIVOS

Lima, Lima e Pimentel (2006) apresentam uma definição qualitativa abrangente acerca de fundos de investimento:

"Os fundos de investimento caracterizam-se pela aplicação em conjunto de recursos de pessoas físicas e/ou jurídicas, buscando maior rentabilidade, uma vez que a soma de recursos aplicados, normalmente, é grande, e que, portanto, podem ser obtidos preços e taxas melhores. Foram criados com o objetivo de reduzir o risco inerente às aplicações no mercado financeiro, uma vez que o fundo aplica seus recursos em diferentes ativos – títulos de renda fixa, títulos de renda variável e outros ativos -, os quais possuem riscos diferenciados. Desse modo, a diversificação dos títulos adquiridos pelo fundo (carteira do fundo) possibilita reduzir o risco de sofrer perdas com os investimentos."

Desta definição podemos abstrair dois pontos fundamentais de um fundo de investimentos. O primeiro deles é o fato de um fundo lidar com um patrimônio financeiro elevado, permitindo a diluição de custos administrativos e de gestão (como taxas de corretagem ou de custódia) e um poder de negociação diferenciado na compra e venda de ativos. Estes ganhos de "escala" acabam refletindo positivamente na rentabilidade da carteira de ativos.

O segundo ponto relevante tange a busca, por parte do gestor do fundo, da composição de uma carteira dita ótima. Esta carteira caracteriza-se por ser aquela que ofereça o melhor retorno para um dado nível de risco, dado um conjunto de ativos disponíveis no universo de investimento (MARKOWITZ, 1952).

Podemos ainda caracterizar um fundo de investimentos com relação ao seu estilo de gestão: Ativo ou Passivo. O fundo passivo é aquele dedicado a "replicar" um índice de mercado tomado como referência (também chamado de *benchmark*); logo, espera-se que o mesmo apresente retornos o mais próximo possível do seu referencial. Já o fundo dito ativo é aquele que tem por objetivo auferir rentabilidades superiores ao seu índice de referência, exigindo do gestor de sua carteira a busca de retornos superiores aos de mercado, sem perder de vista o prêmio obtido em relação ao risco incorrido.

2.1.2. ASPECTOS QUANTITATIVOS

Sob a ótica quantitativa, um fundo de investimentos é uma carteira (ou *portfolio*) composta por um conjunto de ativos financeiros passíveis de serem negociados no mercado no qual o fundo está inserido, e previamente definidos pelo regulamento do fundo. Vale ressaltar que um fundo de investimentos pode também investir em outros fundos de investimentos (são os já mencionados FICs).

O retorno de um *portfolio* pode então ser calculado através da média ponderada dos retornos dos ativos. O peso de cada ativo na carteira corresponde à fração do patrimônio total aplicado no dado ativo. Assim, sendo R_{ft} o retorno de um fundo f num instante t , que investe em n ativos, sendo x_i a proporção do ativo i na carteira, e r_{it} o retorno do ativo i no instante t , temos que (ELTON; GRUBER; GOETZMANN, 2003):

$$R_{ft} = \sum_{i=1}^n x_i r_{it} \quad (1)$$

Além da rentabilidade, a variância dos retornos de um fundo de investimentos é uma importante medida, capaz de nos indicar a dispersão da rentabilidade e, por conseguinte, ser um indicador de risco do *portfolio*. Segundo Elton, Gruber e Goetzmann (2003), a variância σ_f^2 de um fundo f é dada por:

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n x_i x_k \sigma_{ik} \quad (2)$$

Onde σ_i^2 é a variância do ativo i , e σ_{ik} é a covariância entre os ativos i e k . Ou seja, a variância de uma carteira, i.e. um conjunto de ativos, leva em consideração os efeitos da correlação existente entre eles.

2.2. A ANÁLISE DE ESTILO

O estilo de investimento de um fundo revela-nos a sua sensibilidade – ou exposição – a um conjunto de fatores de risco, ou classes de ativos (BODSON; COEN; HUBNER, 2007). Esta informação é relevante para se avaliar o potencial de retorno e risco de um *portfolio* em relação ao seu *mix* de investimentos, além de melhorar a comparabilidade entre a performance dos fundos, uma vez que a Análise de Estilo é capaz de segregá-los em grupos com características semelhantes de exposição (YOSHINAGA; CASTRO JUNIOR; ODA; LUCCHESI, 2009). Ademais, essa técnica permite o monitoramento externo dos investimentos de um fundo, dando sinais do quanto a atividade do gestor do fundo contribui para o seu retorno (VARGA; VALLI, 1998).

A primeira maneira de se obter tais exposições ficou conhecida como *Holdings-Based Style Analysis* (HBSA). Ela se baseia em um princípio "*bottom-up*", no qual as características de um fundo são obtidas através do detalhamento de todos os ativos que ele possui em vários pontos ao longo do tempo. Por conseguinte, para calculá-la, dois conjuntos de dados são primordialmente importantes: uma base de dados contendo informações relevantes acerca de todos os ativos passíveis de integrar o *portfolio* analisado; a carteira de ativos que integram o fundo na janela temporal em questão. Daí erguem-se dois agravantes na utilização dessa técnica: a necessidade do conhecimento detalhado das carteiras analisadas – não disponíveis a todos os investidores; e a posse de uma ampla base de dados histórica de ativos de mercado – algo custoso de se ter e manter (KAPLAN, 2003).

No entanto, em 1992, William Sharpe publicou uma nova técnica para se obter a Análise de Estilo de carteiras, que ficou conhecida como *Return-based Style Analysis* (RBSA). Mais simples e menos custoso do que o anterior, o método de Sharpe é capaz de decompor a rentabilidade de um fundo em uma série de classes de ativos, utilizando como entrada apenas a série histórica de retornos do fundo e das classes de ativos. Esta técnica vem sendo amplamente utilizada pela indústria de investimentos (LOBOSCO; DIBARTOLOMEO,

1997), sendo considerada uma verdadeira ferramenta de engenharia reversa, capaz de mapear, através de dados disponíveis ao público, o mix de ativos que compõem um dado *portfolio*.

2.3. A ANÁLISE DE ESTILO BASEADA NO RETORNO

William Sharpe (1992), buscando um método mais simples e menos custoso de conhecer a composição média de uma carteira de investimentos, propôs um modelo de regressão linear multivariada capaz de identificar a sensibilidade de um *portfolio* a um conjunto de fatores bem definido. Dessa maneira, o retorno de um dado fundo de investimentos pode ser representado da seguinte forma:

$$R_{ft} = (b_1F_{1t} + b_2F_{2t} + \dots + b_nF_{nt}) + e_t, \forall t \in \{1, 2, \dots, T\} \quad (3)$$

Onde:

R_{ft} : Retorno do fundo no instante t ,

b_j : Sensibilidade do retorno R_{ft} em relação ao fator F_j ,

F_{jt} : Retorno do j -ésimo fator de ativo no instante t ,

e_t : É um erro aleatório, resultado da aproximação de R_{ft} pela combinação do conjunto de fatores F_j ,

n : Número de fatores empregados,

t : É o instante de tempo, pertencente ao conjunto $\{1, 2, \dots, T\}$.

Ademais, assume-se que o erro aleatório e_t é não-correlacionado em relação aos demais fatores F_j . Isso nos garante que tal erro, como resultado da diferença entre o retorno real do fundo em análise e o retorno do *portfolio* composto segundo as exposições indicadas pela Análise de Estilo, é a parcela de retorno que não pode ser explicada por uma combinação dos fatores F_j .

Destarte, o modelo descrito pela equação (3) busca encontrar uma carteira de ativos hipotética, composta por uma combinação linear de um grupo de fatores, cujo retorno diário imita, da maneira mais fiel possível, o retorno do fundo de investimentos que está sendo

analisado. Logo, a determinação de um grupo de fatores coerentes é essencial para a qualidade deste modelo.

Ora, o que podemos então utilizar como fator? Neste modelo, cada fator deve representar o retorno de uma classe de ativos (SHARPE, 1992). Por sua vez, uma classe de ativos pode ser um índice de mercado, definido pelo retorno de uma carteira de ativos que apresentam uma certa característica em comum. A proporção de cada um destes ativos na composição do índice deve ser preferencialmente ponderada por suas respectivas capitalizações (ou seja, pelo volume, em valores monetários, disponível do ativo no mercado no qual ele se insere). Estamos então tratando aqui, por exemplo, de índices financeiros divulgados publicamente, como o IBOVESPA ou o IBX – índices representativos das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo -, ou ainda o DI-CETIP – indicador das taxas médias dos Certificados de Depósitos Interbancários -, e os IMAs – conjunto de índices que sintetizam a rentabilidade dos Títulos Públicos Federais (trataremos com mais detalhes estes e outros indicadores na subseção 2.7).

No entanto, nada impede que novos índices ou classes de ativos sejam criados, desde que estes sejam (SHARPE, 1992):

- i. Mutuamente exclusivos: um determinado ativo disponível para compra no mercado no qual se insere o fundo analisado deve integrar apenas uma das classes de ativos propostas;
- ii. Exaustivos: todos os ativos disponíveis devem ser mapeados por uma das classes de ativos;
- iii. Tenham retornos que se "diferem" uns dos outros: espera-se que as classes de ativos não sejam correlacionadas entre si, evitando-se assim que o modelo de regressão se "confunda" ao atribuir a sensibilidade do fundo com relação aos fatores propostos.

Em suma, Sharpe espera que, sendo os três pontos acima satisfeitos, que as classes de ativos modeladas sejam capazes de representar todo o universo de investimentos do *portfolio* a ser analisado, sem que, contudo, elas se "sobreponham" contendo ativos em comum.

Por fim, definiremos o que Sharpe (1992) classificou como sendo os efeitos de "Estilo" e de "Seleção" de um fundo de investimentos. Os desvios existentes entre o retorno do fundo e aquele obtido pela combinação dos retornos dos fatores são representados pelo componente

residual e_t – e que nos indica aquilo que as n classes de ativos do modelo não foram capazes de "explicar". Sharpe atribuiu este resíduo à atividade de seleção de papéis: uma vez que ele não é captado pelos fatores propostos na Análise de Estilo, ele traduz aquilo que o gestor fez de maneira a "desviar" dos indicadores de mercado. Ou seja, buscando uma gestão ativa – aquela na qual o fundo tem por meta superar o seu *benchmark* –, o gestor coloca na carteira ativos em proporções diferentes daquelas que eles possuem em suas respectivas classes/índices, de maneira a agregar mais valor ao fundo comprando mais ativos que renderão mais do que o indicador, e comprando menos ativos que valorizarão menos do que o indicador. Já o somatório $\sum_{j=1}^n b_j F_{jt}$ é atribuído ao "Estilo" da carteira - em outras palavras, trata-se do retorno que o fundo auferi ao se expor, em determinadas proporções, às classes de ativos propostas na análise.

A qualidade do conjunto de classes de ativos para explicar o retorno de um fundo num dado intervalo de tempo pode ser medida pelo R^2 estatístico (DRAPER, SMITH, 1998):

$$R^2 = 1 - \frac{Var(e_i)}{Var(R_i)} \quad (4)$$

O R^2 estatístico tem aqui o sentido de nos mostrar a proporção da variância do *portfolio* pode ser explicada pela combinação de classes de ativos proposta pela Análise de Estilo. Entretanto, Sharpe (1992) salienta que este indicador não explicita a precisão da solução proposta, mas sim o quão boa é a aderência do modelo proposto em relação aos dados que se tem em mãos.

2.4. MÉTODOS DE CÁLCULO DA ANÁLISE DE ESTILO BASEADA NO RETORNO

Por tratar, na essência, de uma regressão linear multivariada, diversos métodos são capazes de indicar-nos a solução da Análise de Estilo. No entanto, a escolha do método adequado está diretamente relacionada ao conjunto de restrições levados em conta no modelo. Isso porque Sharpe (1992) propôs a utilização de duas restrições que, quando devidamente alinhadas às características do fundo de investimentos a ser analisado, melhoram significativamente a qualidade dos coeficientes de regressão (DE ROON; NIJMAN; TER HORST, 2003).

A primeira restrição diz respeito à soma dos coeficientes de regressão. Ao impormos que:

$$\sum_{j=1}^n b_j = 1 \quad (5)$$

teremos que a soma das exposições do fundo ao conjunto de fatores será de 100%. Considerando que exposição representa, indiretamente, a quantidade de patrimônio investido numa dada classe de ativo, a restrição acima pode ser traduzida pela hipótese de o fundo não poder investir nada além de seu próprio patrimônio; em outras palavras, não é permitido que o fundo assuma dívidas para realizar investimentos.

A segunda restrição proposta por Sharpe (1992) define que

$$b_j \geq 0 \quad \forall j \in n \quad (6)$$

Ou seja, os coeficientes b_j não podem ser negativos. Esta restrição é particularmente verdadeira para fundos de investimento que só podem ter em sua carteira os ativos que é capaz de adquirir com o seu próprio patrimônio, não podendo tomar ativos emprestados ou vender aquilo que não possui – o que resultaria em exposições negativas a determinados indicadores.

Tomando como base a utilização ou não das restrições supramencionadas, de Roon, Nijman e ter Horst (2003) definiram três níveis para a Análise de Estilo:

- Análise de Estilo fraca: é quando nenhuma restrição sobre os coeficientes é utilizada.
- Análise de Estilo semi-forte: neste caso, apenas a primeira restrição (sobre a soma dos coeficientes) é imposta ao modelo.
- Análise de Estilo forte: neste nível, ambas as restrições sobre os pesos dos fatores de classes de ativos são levadas em conta.

Como veremos a seguir, a Análise de Estilo fraca, por não possuir restrições sobre os coeficientes de regressão, pode ser calculada através dos modelos tradicionais de regressão linear multivariada (como o método de mínimos quadrados simples). Entretanto, a imposição de restrições às exposições da carteira às classes de ativos força-nos a buscar a solução da regressão através de modelos quadráticos.

2.4.1. USO DA REGRESSÃO LINEAR MULTIVARIADA TRADICIONAL

Dada a ausência de restrições sobre os coeficientes de regressão, a Análise de Estilo fraca pode ser facilmente obtida através da regressão linear multivariada tradicional (DRAPER; SMITH, 1998). Retomando o modelo de fatores para o retorno de um fundo de investimentos, podemos reescrever a equação 3 sob a forma vetorial:

$$R = F\beta + \varepsilon$$

Onde

R é um vetor ($T \times 1$) de observações – ou da série temporal de retornos R_{ft} do fundo em análise;

F é uma matriz ($T \times n+1$) de forma conhecida – na qual a primeira coluna possui todos os elementos iguais a 1, e cujas demais n colunas são as séries temporais dos retornos F_{jt} das classes de ativos;

β é um vetor ($n+1 \times 1$) de parâmetros – representando os coeficientes de regressão b_j com respeito a cada classe de ativos j , e sendo b_0 o coeficiente independente das classes de ativos (intercepto da regressão ao eixo correspondente ao retorno do *portfolio*);

ε é um vetor ($T \times 1$) de erros – são os erros aleatórios e_t "não explicáveis" pelas classes de ativos utilizadas no modelo,

e onde $E(\varepsilon) = 0, Var(\varepsilon) = I\sigma^2$ – significando que os elementos de ε não são correlacionados entre si.

Uma vez que assumimos que a esperança dos resíduos é nula, o modelo também pode ser escrito na forma

$$E(R) = F\beta$$

Para a resolução desta regressão, podemos aplicar o método de mínimos quadrados. Podemos então escrever a soma dos quadrados dos erros como:

$$\varepsilon'\varepsilon = R'R - 2\beta'F'R + \beta'F'F\beta$$

Assim, a solução para a regressão é encontrada buscando-se o estimador b de β que minimiza a soma dos quadrados dos erros $\varepsilon'\varepsilon$.

Lobosco e DiBartolomeo (1997) argumentam que a regressão linear multivariada tradicional é capaz de indicar-nos a sensibilidade de um dado fundo a um conjunto de índices de mercado utilizados como fatores. Ou seja, os coeficientes da regressão sinalizam-nos com que magnitude o retorno do fundo analisado é influenciado pelo retorno das classes de ativos. Estes coeficientes, no entanto, podem assumir valores positivos ou negativos, estando este modelo mais exposto às possíveis multicolinearidades entre os indicadores de mercado utilizados. Isso porque, ao deixarmos os coeficientes de regressão livres, os mesmos podem assumir valores absurdos levados por uma alta correlação entre os retornos de certas classes de ativos.

2.4.2. USO DE MODELOS QUADRÁTICOS

Como uma maneira de superar a incapacidade dos modelos de regressão multivariada tradicionais de se implementar restrições sobre os coeficientes, Sharpe (1992) propôs o uso de um modelo quadrático para se determinar a exposição de um dado fundo a um grupo de classes de ativos. Este modelo se baseia na minimização da variância dos erros aleatórios e_t ao longo de um período T, sujeito à restrição (5) (Análise de Estilo semi-forte), ou (5) e (6) (Análise de Estilo Forte).

Podemos então, a partir da equação (3), reescrever o erro da regressão como:

$$e_t = R_{ft} - \left(\sum_{j=1}^n b_j F_{jt} \right), \forall t \in T$$

Por conseguinte, a variância de e_t pode ser escrita como:

$$Var[e_t] = Var \left[R_{ft} - \left(\sum_{j=1}^n b_j F_{jt} \right) \right] \quad (7)$$

Daí podemos enunciar o seguinte modelo quadrático de minimização:

Determine b_j que

$$\min Var \left[R_{ft} - \left(\sum_{j=1}^n b_j F_{jt} \right) \right]$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n b_j = 1 \quad (8)$$

$$b_j \geq 0 \quad \forall j \in N \quad (9)$$

Conforme já foi explicitado, a restrição (8) nos garante que o fundo de investimento só é capaz de investir aquilo que possui como patrimônio, enquanto a (9) só permite ao *portfolio* exposições positivas às classes de ativos.

Logo, o modelo quadrático permite a implementação de ambas as restrições enunciadas por William Sharpe. Quando as duas são empregadas, estaremos realizando uma Análise de Estilo do tipo forte; o uso de apenas a primeira restrição implica na utilização de um modelo de Análise de Estilo do tipo semi-forte.

Na defesa prática da implementação das restrições supramencionadas, Lobosco e DiBartolomeo (1997) evocam uma interpretação intuitiva. Ao utilizá-las, estamos considerando o peso de cada ativo no *portfolio* como "pedaços" de um gráfico de pizza que, quando somados, devem totalizar 100%. Ademais, os autores citados ainda evidenciam o efeito dessas restrições sobre a multicolinearidade das classes de ativos empregadas ao passo que, forçando as exposições da carteira a se situarem entre 0 e 1, o modelo quadrático impede que os coeficientes "explodam" em situações de altas correlações entre as classes de ativos adotadas.

Entretanto, as restrições também trazem impactos negativos ao modelo proposto. Talvez o maior deles seja o fato dos coeficientes de regressão resultantes não serem estimadores não-viesados, haja vista que, por exemplo, quando se tem um dado coeficiente ao qual se atribui um valor nulo, ele poderia ser negativo caso calculado por métodos tradicionais de regressão linear (LOBOSCO; DIBARTOLOMEO, 1997); o mesmo exemplo se aplica para coeficientes que assumem o valor 1 no modelo quadrático, e que poderiam ser superiores a 1 numa regressão tradicional

2.4.3. MODELAGEM DO PROBLEMA QUADRÁTICO

Tomando como base o problema quadrático proposto por Sharpe (1992), podemos escrevê-lo na forma canônica como segue, reescrevendo a equação (7) na forma matricial:

$$Var[e_i] = Var[R_i - \tilde{B}' * \tilde{F}_i]$$

Onde:

$\tilde{B}$ é o vetor das exposições do fundo às classes de ativos, e

$\tilde{F}_i$ é o vetor do retorno das classes de ativos no instante i.

Aplicando-se a expansão da soma de variâncias dependentes – uma vez que há correlação entre R_i e $(\sum_{j=1}^n b_{ij}F_j)$ -, temos:

$$Var[e_i] = Var[R_i] - 2 * \tilde{B}' * cov(\tilde{F}_i, R_i) + \tilde{B}' * Var(\tilde{F}_i) * \tilde{B} \quad (10)$$

Dividindo a equação (10) por 2 e eliminando $Var[R_i]$ - dado que trata-se de uma constante, teremos o seguinte programa quadrático:

$$\min \frac{1}{2} * \tilde{B}' * Var(\tilde{F}_i) * \tilde{B} - \tilde{B}' * cov(\tilde{F}_i, R_i)$$

Sujeito às restrições:

$$\tilde{B}' * e = 1$$

$$\tilde{B} \geq 0$$

2.5. MÉTODOS UTILIZADOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA QUADRÁTICO

Um problema de programação quadrática (PPQ) é um tipo particular de programação não-linear, no qual a função objetivo compreende a soma de termos do tipo $x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}$, onde $\sum_{i=1}^n k_i \in \{0; 1; 2\}$, e cujas restrições são lineares (WINSTON, 2004).

Numa abordagem mais pura, podemos definir um problema quadrático como (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006):

$$\min \frac{1}{2} x' H x + c' x$$

$$s. a. Ax \leq b$$

$$x \in \Omega \equiv \{x \in \mathbb{R}^n | l_j \leq x_j \leq u_j \text{ para } j = 1, \dots, n\}$$

Onde H é uma matriz $n \times n$, simétrica, A é uma matriz $m \times n$, e o hipercubo Ω define os limites superiores e inferiores das variáveis de decisão, com $l_j < u_j$, $\forall j = 1, \dots, n$.

Diversos algoritmos podem ser usados para a resolução de PPQs. Neste capítulo, serão apresentados aqueles aplicados com mais frequência na seleção de *portfolios* de investimentos, assim como adaptações a alguns modelos.

2.5.1. MÉTODO DO GRADIENTE SIMPLES – UMA ABORDAGEM EMPÍRICA

William Sharpe (1992) propõe a utilização do método descrito como Gradiente Simples para a resolução do problema quadrático da Análise de Estilo. Trata-se, como veremos a seguir, de uma heurística que, como tal, encontra soluções aproximadas. Todavia, Sharpe (1992) argumenta que as soluções por ela encontradas não apresentam diferenças práticas significativas em relação a métodos exatos.

O método do Gradiente Simples (SHARPE, [19--]) é capaz resolver um problema quadrático do tipo:

$$\max u = X' * e - \frac{X' * C * X}{rt} \quad (11)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = k \quad (12)$$

$$lb \leq x_i \leq ub, \forall x_i \in X$$

Onde rt, k, lb e ub são constantes, C é uma matriz quadrada de dimensão n , X e e são vetores de dimensão n , e x_i são os elementos de X .

O método consiste na busca de um ponto de máximo numa superfície côncava definida pela função objetivo, caminhando sobre ela, a partir de uma solução inicial factível, tomando como sentido de busca aquele indicado pelo maior termo do gradiente dessa função. Entretanto, devido à restrição (12), a decisão do quanto se deve caminhar na direção de maior gradiente é feita diminuindo-se, na mesma intensidade, a variável em X correspondente ao menor termo do gradiente – operação esta nomeada por Sharpe de troca factível ótima (*Optimal Feasible Swap*).

Destarte, a cada iteração, calcula-se o gradiente de u , sendo ele:

$$\Delta u = e - \frac{1}{rt} * 2 * C * X$$

A busca pelo par correspondente à troca factível ótima é implementada da seguinte maneira:

Para cada $x_i > lb$, encontrar aquele correspondente ao menor valor Δu_i

Este i passa a ser $ivenda$, e sua contribuição marginal Δu_{ivenda}

Para cada $x_i < ub$, encontrar aquele correspondente ao maior valor Δu_i

Este i passa a ser $icompra$, e sua contribuição marginal $\Delta u_{icompra}$

A troca factível ótima consiste então em incrementar $x_{icompra}$ e diminuir x_{ivenda} .

Se $\Delta u_{icompra} - \Delta u_{ivenda} > 0$, a função objetivo pode ainda ser maximizada.

A magnitude da troca a ser realizada é definida como:

$$a = \frac{k_0}{2 * k_1}$$

Onde:

$$k_0 = s' * \left(e - \frac{1}{rt} * 2 * C * X \right)$$

$$k_1 = (s' * C * s) / rt$$

Sendo s o vetor que define o par de X a ser "trocado". Ou seja,

$$s_i = \begin{cases} 1, & \text{para } i \in \{icompra; ivenda\} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Levando-se em consideração as restrições de limites superiores e inferiores de X, temos que

$$a = \min \left\{ \frac{k_0}{2 * k_1}; ub_{icompra} - x_{icompra}; x_{venda} - lb_{venda} \right\}$$

As iterações são interrompidas quando $\Delta u_{icompra} - \Delta u_{ivenda} \leq 0$, uma vez que daí temos o sinal de que a função objetivo não poder ser mais maximizada.

Para utilizarmos tal método para resolver problemas de Análise de Estilo, basta multiplicarmos a função objetivo (11) por -1, de maneira a passarmos de um problema de maximização a um de minimização.

2.5.2. MÉTODO DE WOLFE

Philip Wolfe (1959) publicou o artigo "*The Simplex Method for Quadratic Programming*", enunciando um método para resolver problemas de programação quadrática, frequentemente apresentados por modelos econômicos. Seu modelo inovava, segundo o próprio autor, por utilizar somente mecanismos computacionais do Método Simplex para problemas de programação linear. Este é o método utilizado pela consultoria PPS Portfolio Performance para resolver problemas de Análise de Estilo, e por isso foi incluído neste Trabalho de Formatura.

Tal modelo se propõe a encontrar a solução de um problema do tipo

$$\min f(\lambda, x) = \lambda p x + \frac{1}{2} x' C x$$

Sujeito a

$$Ax = b, \quad x \geq 0$$

Onde p é uma matriz 1 x n, C é uma matriz simétrica n x n, A é uma matriz m x n, b é uma matriz m x 1, e x uma matriz n x 1. Por sua vez, λ é um parâmetro real não negativo. No mais, o modelo de Wolfe exige que C seja positiva semidefinida – condição esta que garante que qualquer mínimo local encontrado será o mínimo global buscado.

Descreveremos aqui a forma breve do método de Wolfe, capaz de encontrar a solução de um problema com λ definido.

Sejam z^1, z^2 e w respectivamente vetores de dimensões n , n e m . Respeitando-se as condições otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (BAZARAA, SHERALI, SHETTY, 2006), temos as seguintes equações:

$$\begin{aligned} Ax + w &= b \\ Cx - v + A'u + z^1 - z^2 &= -\lambda p' \\ x, v, z^1, z^2, w &\geq 0 \end{aligned}$$

Uma vez que $b \geq 0$, uma base inicial para este sistema pode ser formada pelos coeficientes de z^1, z^2, w . Use o método Simplex para minimizar

$$\sum_{i=1}^m w_i$$

até zero, mantendo v e u como zero. Descarte w e os componentes de z^1 e z^2 não utilizados, denotando os demais componentes por Z , e seus coeficientes por E . Temos agora uma solução para o sistema

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ Cx - v + A'u + EZ &= -\lambda p' \quad (13) \\ x, v, Z &\geq 0 \end{aligned}$$

Dada uma base e uma solução básica que satisfaça o sistema (13), $v'x \geq 0$, e $\sum_{k=1}^n Z_k > 0$, faça uma mudança de base no método Simplex para minimizar

$$\sum_{k=1}^n Z_k$$

Sob a condição lateral para $k = 1, \dots, n$: Se x_k está na base, não admitir v_k ; e se v_k está na base, não admitir x_k .

Enquanto $\sum_{k=1}^n Z_k$ for positivo, deve-se continuar o processo recursivo do Simplex. Em no máximo $\binom{3n}{n}$ iterações, Z será zero. O vetor x^* encontrado ao fim das iterações será a solução do problema quadrático.

2.5.3. MÉTODO DE PROJEÇÃO (OU *ACTIVE SET*)

Algoritmos para a resolução de problemas quadráticos que utilizam o método de projeção, também conhecido como estratégia de *Active Set*, são capazes de encontrar a solução para problemas do tipo:

$$\min q(x) = \frac{1}{2} * x^T H x + f^T x \quad (14)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned} Ax &\leq b \\ A_{eq}x &= b_{eq} \\ lb &\leq x \leq ub \end{aligned}$$

O software MATLAB utiliza-se de um algoritmo do tipo Active Set para a resolução de problemas quadráticos desse tipo, através da função *quadprog*. O algoritmo explicitado a seguir encontra-se descrito na documentação da "Caixa de Ferramentas de Otimização" (MATHWORKS, 2010). Neste algoritmo são empregadas duas diferentes fases: na primeira delas, uma solução viável é procurada; uma vez encontrada tal solução, passa-se para a segunda fase, na qual busca-se uma sequência iterativa de pontos viáveis que converjam para a solução do problema.

Na primeira fase, busca-se uma solução viável resolvendo-se o seguinte problema:

$$\min_{\gamma \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n} \gamma$$

Sujeito a

$$\begin{aligned} Ax - \gamma &\leq b \\ A_{eq}x &= b_{eq} \end{aligned}$$

Uma vez encontrada uma solução viável inicial, inicia-se a segunda fase do problema. Nesta fase, define-se uma matriz dita ativa S_k das restrições ativas do problema – ou seja, daquelas que estão nas fronteiras de restrição com respeito à solução viável em questão. Assim, S_k será composta por todas as linhas de A_{eq} , e um subconjunto de linhas de A . Esta matriz ativa será atualizada a cada iteração, sendo usada como base para o cálculo da direção de busca d_k .

Por sua vez, a direção de busca d_k é aquela que minimiza a função objetivo do problema quadrático respeitando as suas restrições ativas, sendo que o subespaço viável de d_k é formado a partir de uma base Z_k , cujas colunas são ortogonais à matriz S_k , de maneira que $S_k Z_k = 0$. Dessa maneira, temos a garantia que qualquer direção de busca – formada pela

combinação linear de colunas da base Z_k - permanece dentro das fronteiras definidas pelas restrições ativas.

Sendo m o total de restrições do PQ, e l o número de restrições ativas numa dada iteração, Z_k é formada pelas últimas $m-l$ colunas da decomposição QR da matriz S_k' . Ou seja:

$$Z_k = Q[:, l+1:m]$$

Onde

$$Q'S_k' = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix}$$

A notação $[:,]$ indica-nos que todas as linhas da matriz Q estão em Z_k ; já $[, l+1:m]$ indica-nos que apenas as colunas de $l+1$ até m de Q estão presentes em Z_k . Uma vez encontrado Z_k , a direção de busca d_k é aquela que minimiza a função objetivo do problema, respeitando-se as restrições ativas da iteração. Assim, d_k é uma combinação linear das colunas de Z_k , da forma $d_k = Z_k p$, para um dado vetor p .

Reescrevendo a função objetivo (14) do PQ em função de p , temos:

$$q(p) = \frac{1}{2} * p' Z_k' H Z_k p + f^T Z_k p \quad (15)$$

Derivando a função (15) em relação a p ,

$$\nabla q(p) = Z_k' H Z_k p + Z_k' c$$

$\nabla q(p)$ é o gradiente projetado da função quadrática, uma vez que se trata da projeção de $q(p)$ no subespaço definido por Z_k . Já o termo $Z_k' H Z_k$ é o Hessiano projetado do PQ. Se assumirmos que o Hessiano H da função objetivo original é positivo definido, o mínimo da função $q(p)$ é encontrado quando $\nabla q(p) = 0$, que, por sua vez, é a solução do sistema de equações lineares $Z_k' H Z_k p = -Z_k' c$.

Uma vez encontrado o valor de $d_k = Z_k p$, pode-se iterar o valor de x , sendo $x_{k+1} = x_k + \alpha d_k$, onde α é o passo a ser dado na direção de busca. Este passo corresponde à menor distância até a restrição inativa mais próxima, caminhando-se na direção de busca, e pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\alpha = \min_{i \notin S_k, A_i d_k > 0} \left\{ \frac{-(A_i x_k - b_i)}{A_i d_k} \right\}$$

Para se confirmar a chegada ou não a uma solução ótima, são calculados os multiplicadores de Lagrange λ_k para $S_k' \lambda_k = c$. Se todos os elementos de λ_k são positivos, a solução ótima foi encontrada. Caso contrário, se algum dos elementos de λ_k for negativo, e este não corresponda a uma restrição de igualdade, a restrição correspondente ao elemento é retirada da matriz de restrições ativas, e uma nova iteração é iniciada.

2.6. USO DE UM MODELO DE VaR/CVaR

Ao utilizarmos modelos baseados na variância dos retornos de ativos financeiros e, por conseguinte, de *portfolios*, estamos admitindo que eles se comportam segundo distribuições normais. Entretanto, é sabido que tais retornos podem, com frequência, apresentar as chamadas caudas pesadas (*fat tails*), devido a uma concentração maior do que a prevista pela distribuição gaussiana nos valores extremos. Como uma maneira de contornar este efeito de concentração nas caudas, propõe-se utilizar um modelo de *tracking* de índice com restrições levem em consideração a forma espessa das caudas da distribuição.

Primeiramente, um modelo de *tracking* de índice é aquele que se propõe a replicar um dado indicador financeiro (comumente calculado a partir dos retornos de uma cesta de ativos financeiros) utilizando um conjunto de ativos, buscando minimizar as diferenças entre os retornos do índice e os da carteira de ativos proposta. Por exemplo, poderíamos tentar replicar o IBX (índice da Bolsa de Valores de São Paulo, composto pelos 100 papéis mais negociados da BOVESPA) baseando-se em 50 ações negociadas na bolsa. O modelo de *tracking* indicaria qual a carteira composta por tais 50 papéis mais se aproximaria do IBX.

Estamos então, neste modelo, aplicando a equação (3), e buscando minimizar os erros e_t . Fazendo-o através de modelos quadráticos baseados na variância dos retornos, estamos supondo a normalidade da distribuição de retornos do índice, fato que nem sempre é constatado, devido ao efeito das caudas pesadas. Destarte, enquanto os retornos reais do índice não é normal, a carteira de ações sugerida pelo modelo, uma vez baseada na variância dos retornos, o será. Por conseguinte, os erros e_t também apresentarão caudas pesadas.

Uma maneira de contornar este problema é através da inclusão no modelo de restrições sobre as caudas da distribuição. Rockafellar e Uryasev (2002) apresentaram um modelo baseado no

Value-at-Risk Condicional (Conditional *Value-at-Risk* – CVaR), propondo a inclusão de uma restrição sobre o CVaR dos resíduos do *tracking*.

Antes de tudo, definamos o que é o CVaR. Para tanto, definiremos antes o que é VaR. *Value-at-Risk* é uma medida de risco baseada na distribuição dos retornos de um dado ativo financeiro. Ele indica, para um dado nível de confiança α , qual é a perda máxima esperada para tal ativo em um dado período. Formalmente, (MCNEIL; FREY; EMBRECHTS, 2005), temos que

$$VaR_\alpha = \inf \{l \in \mathbb{R} : P(L < l) \leq 1 - \alpha\}$$

onde $P(L > l)$ é a probabilidade de um retorno (ou perda) L ser inferior a um limite l .

Uma das maneiras clássicas de se calcular o VaR de um ativo ou carteira se dá através da chamada abordagem paramétrica: nela, assume-se que os ativos financeiros possuem retornos cuja distribuição de probabilidades é normal. Entretanto, assumindo-se esta premissa de normalidade, o VaR não oferece nenhuma informação acerca das perdas que excedem o valor indicado por sua medida. Já o CVaR representa, para um nível de confiança α , a perda esperada dado que esta é maior ou igual ao VaR – estamos considerando então a área da cauda da distribuição compreendida a partir do valor do VaR (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2002). Logo, obtemos, dessa maneira, informação acerca do comportamento da distribuição nas suas caudas. Matematicamente, se consideramos F_L a função de perdas de um ativo ou *portfolio*, para uma perda L com $E(|L|) < \infty$, o CVaR a um nível de confiança α é dado por

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\alpha}^1 q_u(F_L) du$$

onde $q_u(F_L)$ é a função quantil de F_L .

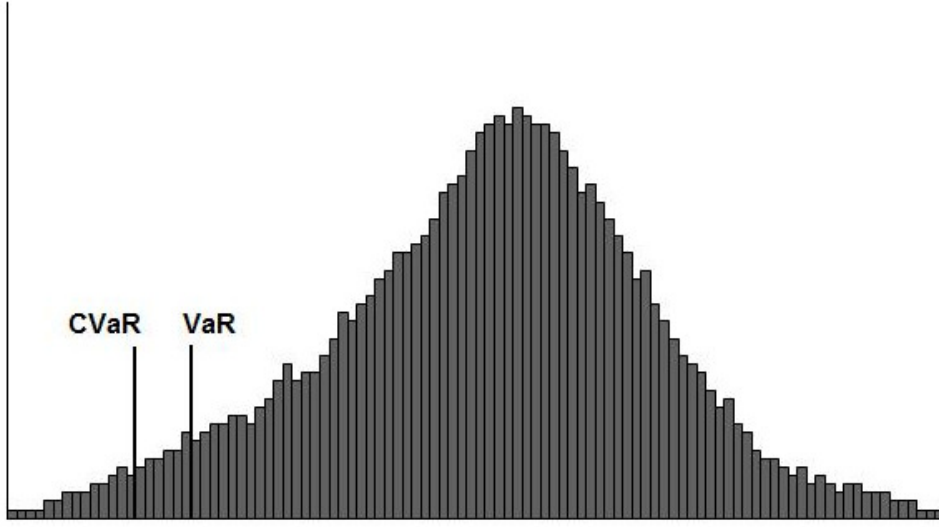


Gráfico 1: Exemplo de medidas de VaR e CVaR sobre uma distribuição

Rockafellar e Uryasev (2002), por sua vez, propuseram uma maneira de se calcular simultaneamente o VaR e o CVaR de uma carteira. Para tanto, definiram a função

$$F_{\alpha}(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{1 - \alpha} E\{[f(x, y) - \zeta]^+\}$$

Sendo que

$$[t]^+ = \max\{0, t\}$$

Onde f é a função de distribuição de perdas, $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ o vetor de decisão (neste caso, o ativo financeiro ou *portfolio*), e $y \in Y \subset \mathbb{R}^n$ é a variável aleatória. A resolução de um problema de minimização de $F_{\alpha}(x, \zeta)$ nos indicará o VaR em ζ , enquanto o valor de $F_{\alpha}(x, \zeta)$ corresponderá ao CVaR da carteira.

Se considerarmos como cenários um conjunto de T retornos históricos de n ativos financeiros que possam compor o *portfolio* analisado, podemos então reescrever $E\{[f(x, y) - \zeta]^+\}$ como sendo $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [f(x, y_t) - \zeta]^+$, resultando na função

$$F_{\alpha}(x, \zeta) = \zeta + \frac{1}{(1 - \alpha)} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [f(x, y_t) - \zeta]^+ \quad (16)$$

Os autores supracitados ainda apresentam como exemplo de aplicação da restrição sobre o CVaR um modelo de replicação de *portfolio*. Nele, busca-se uma carteira de ativos capaz de seguir o retorno de um dado índice financeiro, restringindo o CVaR – ou seja, a cauda – da distribuição dos resíduos.

Podemos então replicar um índice financeiro I (como o IBOVESPA ou o IBX, por exemplo), utilizando um conjunto de outros ativos $S_j, j = 1, \dots, n$. Chamemos de I_t o preço do ativo I no instante t , para $t = 1, \dots, T$, e p_{tj} o preço do ativo S_j no instante t . O montante de patrimônio esperado em T será v . A quantidade de ativos I que teremos em T será $\theta = v/I_t$. O valor x_j , para $j = 1, \dots, n$, será o número de unidades do ativo S_j no *portfolio* replicado proposto. O valor desta carteira num instante t será então $\sum_{j=1}^n p_{tj}x_j$. O valor absoluto do desvio relativo do valor do *portfolio* em relação ao seu alvo θI_t é

$$\left| \left(\theta I_t - \sum_{j=1}^n p_{tj}x_j \right) / \theta I_t \right| \quad (17)$$

A replicação do índice I consiste em minimizar a esperança do valor absoluto do desvio relativo enunciado na expressão (17). Adicionalmente, impõe-se ao modelo a restrição do CVaR associado à distribuição dos desvios relativos, de maneira a controlar grandes desvios do valor do *portfolio* abaixo do valor alvo (o índice a ser copiado).

O problema de replicação de *portfolio* pode então ser escrito como:

$$\min g(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \left(\theta I_t - \sum_{j=1}^n p_{tj}x_j \right) / \theta I_t \right| \quad (18)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n p_{Tj}x_j = v$$

$$0 \leq x_j \leq \gamma_j, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\zeta + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{t=1}^T \left[\left[\left(\theta I_t - \sum_{j=1}^n p_{tj}x_j \right) / \theta I_t \right] - \zeta \right]^+ \leq \omega \quad (19)$$

A minimização acima tem como variáveis de decisão x_j e ζ . A restrição (19), por sua vez, deriva de (16), e tem por função limitar os valores de CVaR a um parâmetro ω e a um nível de confiança α .

Podemos observar que, devido à sua função objetivo (18) e à restrição (19), o problema acima exposto não é linear. No entanto, podemos linearizá-lo através da adição de mais variáveis (ROCKAFELLAR; URYASEV, 2002). A função objetivo, por se tratar de um valor absoluto, pode ser linearizada adicionando-se as seguintes restrições:

$$\frac{(\theta I_t - \sum_{j=1}^n p_{tj} x_j)}{\theta I_t} = \eta_{t0}, \quad \eta_{t0} \geq 0$$

E então passaremos a minimizar $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \eta_{t0}$.

Para a restrição (19) sobre o CVaR, Rockafellar e Uryasev (2002) propõem a introdução de variáveis η_{t1} sujeitas às restrições:

$$\eta_{t1} \geq 0$$

$$\left[\left(\theta I_t - \sum_{j=1}^n p_{tj} x_j \right) / \theta I_t \right] - \zeta - \eta_{t1} \leq 0$$

E substituindo a restrição (19) por

$$\zeta + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{t=1}^T \eta_{t1} \leq \omega$$

Dessa maneira, temos um problema linear, de fácil implementação e solução, podendo ser resolvido, por exemplo, através de algoritmos básicos como o SIMPLEX.

2.7. A ESCOLHA DAS CLASSES DE ATIVOS PARA O MERCADO BRASILEIRO

A qualidade da Análise de Estilo de um *portfolio* está diretamente relacionada à qualidade das classes de ativos empregadas, assim como das séries de dados utilizadas para representá-las. Buetow et al. (2000) destacam que uma má escolha das classes de ativos pode levar a resultados voláteis e com pouco significado. No entanto, se estas classes são bem

selecionadas, de maneira a cobrirem o universo de ativos no qual a carteira em questão pode investir, mesmo sob os efeitos de alta multicolinearidade, os resultados da Análise de Estilo podem ser significantes.

Neste Trabalho de Formatura, abordaremos a Análise de Estilo de fundos de investimento característicos de Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPCs). Devido ao perfil conservador e de longo prazo dos investimentos, aliados a limites impostos por normas regulatórias do setor, as EFPCs possuem mais da metade de seu patrimônio alocado basicamente em ativos de renda fixa e renda variável (62,2% e 30,4%, respectivamente, do patrimônio total das EFPCs filiadas à Associação Brasileira de Entidades Fechadas de Previdência Complementar - ABRAPP) (ABRAPP, 2010). Logo, é razoável nos preocuparmos com a construção de classes de ativos capazes de cobrir estas duas macro-classes, haja vista que assim estaremos abrangendo mais de 92% do patrimônio das EFPCs.

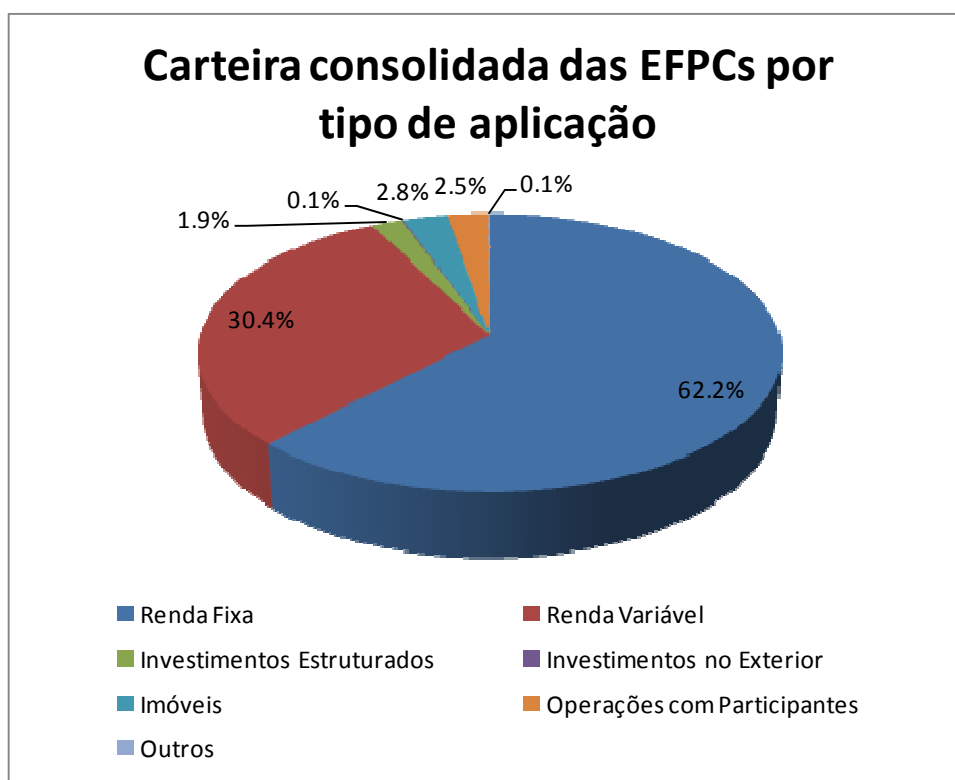


Gráfico 2: Carteira consolidada das EFPCs por tipo de aplicação em Maio/2010 (Fonte: ABRAPP, 2010)

2.7.1. RENDA VARIÁVEL

Enquadra-se na macro-classe de renda variável todo investimento feito em ações listadas em Bolsa de Valores, seja ele direto (através da compra de papéis na bolsa), ou indireto (via compra de cotas de fundos de investimento em ações, ou em derivativos cujo ativo-objeto sejam ações ou índices de ações). As ações, por sua vez, são títulos negociáveis que representam a menor fração do capital da empresa emitente, cuja valorização e remuneração depende de eventos futuros incertos, como o desempenho da empresa emitente (LIMA; LIMA; PIMENTEL, 2006).

No Brasil, a Bolsa de Valores de São Paulo (BMF&BOVESPA) é a única bolsa de valores nacional, sendo assim o único espaço brasileiro para a negociação organizada de ações das companhias nela listadas. Assim como suas pares pelo mundo, a BMF&BOVESPA calcula e divulga, diariamente, índices que tem por fim representar a evolução de negócios e dos preços dos papéis nela negociados. Dois índices destacam-se pela abrangência e relevância: o IBOVESPA e o IBX.

O IBOVESPA é, sem dúvidas, o mais importante índice da bolsa paulista. Tal destaque se baseia na sua característica de retratar o comportamento das principais ações negociadas na BMF&BOVESPA, além de sua tradição, uma vez que este índice mantém sua série histórica e metodologia de cálculo desde a sua criação em 1968. O IBOVESPA retrata o valor atual, em moeda corrente, de uma carteira de valor inicial 100 investida em 02/01/1968 (BMF&BOVESPA, 2010a).

Para integrar a carteira hipotética do IBOVESPA (BMF&BOVESPA, 2010a), uma ação deve, nos últimos doze meses, ter uma participação em volume superior a 0,1% do total negociado na BOVESPA, ter sido negociada em mais de 80% dos pregões, e integrar a lista das ações com maior índice de negociabilidade (IN), cuja soma dos INs represente 80% do valor acumulado total de INs. O índice de negociabilidade, por sua vez, leva em conta o volume e o número de negócios de um dado papel em relação aos totais negociados na BOVESPA. Ele é calculado como segue:

$$IN = \sqrt{\frac{n_i}{N} * \frac{v_i}{V}}$$

Onde

n_i : número de negócios com a ação i no mercado à vista;

N : número total de negócios no mercado à vista da BOVESPA;

v_i : volume financeiro gerado pelos negócios com a ação i no mercado à vista;

V : volume financeiro total do mercado à vista da BOVESPA.

É o IN das ações incluídas no índice que define, proporcionalmente, a participação de cada papel na composição do IBOVESPA. O valor diário do índice é, por sua vez, calculado da seguinte maneira:

$$Ibovespa(t) = \sum_{i=1}^n P_i(t) Q_i(t)$$

Onde

$Q_i(t)$: quantidade teórica da ação i no instante t ;

$P_i(t)$: Preço da ação i no instante t ;

n : número de ações que integram o índice.

Quanto ao IBX, de maneira geral, o seu cálculo é muito próximo daquele do IBOVESPA, considerando a valorização diária de uma carteira teórica de ações. No entanto, a diferença entre os dois reside na seleção e na proporção dos papéis que integram a carteira teórica. No caso do IBX, são incluídos no cálculo do índice os 100 primeiros papéis com maior IN, e a proporção de uma ação na carteira é determinada pela quantidade do papel disponível para negociação. Ademais, as ações integrantes do índice devem ter sido negociadas em pelo menos 70% dos pregões realizados nos 12 meses anteriores à formação da carteira (BMF&BOVESPA, 2010b).

Dado que tanto o IBOVESPA quanto o IBX utilizam a escala decrescente de IN para a composição de suas carteiras teóricas, e sendo o IBX composto por mais papéis do que o IBOVESPA, pode-se concluir que há uma sobreposição entre tais carteiras. Logo, há sempre entre esses índices uma correlação positiva intrínseca à maneira como ambos são construídos.

2.7.2. RENDA FIXA

O mercado de renda fixa é formado por títulos que possuem uma forma de remuneração pré-estabelecida. Tal forma pode, por sua vez, ser:

- pré-fixada: quando já se conhece, no momento da emissão, o valor de resgate do título na data do seu vencimento;
- pós-fixada: quando a remuneração do título está atrelada à variação de um indicador financeiro (como índices de inflação ou variação cambial);

Adicionalmente, um título de renda fixa pode ser classificado como público – quando emitido pelo Tesouro Nacional, como também por Estados e Municípios -, ou privado, quando é emitido por empresas e instituições financeiras. No universo de investimento das EFPCs, os papéis mais negociados são os títulos públicos federais, seguidos por Certificados de Depósito Bancário (CDBs) e Debêntures.

TÍTULOS PÚBLICOS FEDERAIS

Os títulos públicos federais ainda representam a maior parte dos investimentos das Entidades de Previdência Complementar em ativos de renda fixa. Três tipos deles são os mais negociados atualmente, devido ao fato de ainda serem regularmente emitidos pelo Tesouro Nacional:

- Letras do Tesouro Nacional (LTN)
- Letras Financeiras do Tesouro (LFT)
- Notas do Tesouro Nacional das séries B e F (NTN-B e NTN-F)

As LTNs são títulos pré-fixados emitidos pelo Tesouro Nacional para cobrir o déficit orçamentário do governo e prover créditos através da antecipação de receitas. São vendidas com deságio sobre o seu valor nominal unitário de R\$ 1.000,00, ou seja, ao comprá-las, o investidor já sabe o quanto receberá no seu vencimento. Logo, o preço de mercado de uma LTN pode ser determinado através da fórmula (LIMA; LIMA; PIMENTEL, 2006):

$$PU = \frac{1.000}{(1 + tx_{merc})^{du/252}}$$

Em que:

PU: Preço Unitário da LTN na data de cálculo;

tx_{merc} : taxa de juros de mercado para a LTN com prazo de vencimento du ;

du : prazo do título até o seu vencimento, em dias úteis.

Já as LFTs são títulos pós-fixados emitidos pelo Tesouro Nacional para que o governo federal assuma dívidas de Estados e do Distrito Federal, ou para diminuir a presença do setor público estadual na atividade financeira bancária (LIMA; LIMA; PIMENTEL, 2006).

As LFTs são remuneradas diariamente segundo a taxa de juros média apurada pelo Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC) para títulos públicos federais – sendo, portanto, títulos pós-fixados. Esta taxa atualiza diariamente o chamado Valor Nominal Atualizado da LFT, que, na data de emissão do papel vale R\$ 1.000,00 e então passa a, dia a dia, acumular a taxa de juros. No entanto, este papel pode ser negociado com ágio ou deságio em relação ao seu VNA, sendo o seu preço diário determinado pela fórmula (LIMA; LIMA; PIMENTEL, 2006):

$$PU = \frac{VNA}{(1 + ad)^{du/252}}$$

Onde:

PU : Preço Unitário da LFT na data de cálculo;

VNA : Valor Nominal Atualizado da LFT na data de cálculo;

ad : ágio/deságio da LFT com prazo de vencimento du ;

du : prazo do título até o seu vencimento, em dias úteis.

Por fim, as NTNs têm por objetivo alongar o prazo de financiamento da dívida pública federal. Trataremos neste Trabalho de duas séries delas em específico: as NTN-Bs e as NTN-Fs. As NTN-Bs são títulos que pagam juros semestrais (também chamados de cupons semestrais) a uma taxa de 6,0% ao ano, sendo o seu Valor Nominal corrigido mensalmente pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Já as NTN-Fs são pré-fixadas, pagando juros de 10,0% ao ano, semestralmente, sobre o seu Valor Nominal na emissão de R\$ 1.000,00.

O valor de mercado destes papéis consiste na soma dos valores presentes dos fluxos financeiros pagos pelo título, sendo eles os juros semestrais e o pagamento do principal no dia do vencimento. Logo, o seu PU pode ser calculado como segue (ANBIMA, 2009):

$$PU = \frac{VNA}{(1 + tx_{merc})^{du/252}} + \frac{VNA[(1 + i)^{1/2} - 1]}{(1 + tx_{merc})^{du_k/252}}$$

Onde:

PU : Preço Unitário da NTN na data de cálculo;

VNA : Valor Nominal Atualizado da NTN na data de cálculo (corrigido mensalmente pelo IPCA, no caso de NTN-Bs, e constante igual a R\$ 1.000,00 no caso de NTN-Fs);

i : taxa de juros anual pactuada na emissão;

du_k : prazo em dias úteis entre a data de cálculo e a data do pagamento do cupom de juros k ;

du : prazo do título até o seu vencimento, em dias úteis.

No intuito de criar indicadores de mercado capazes de representar a evolução da rentabilidade dos títulos públicos federais, a Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA) publica, diariamente, os índices da família IMA – Índice de Mercado ANBIMA. Interessaremos-nos, neste Trabalho de Formatura, a entender os índices que representam os títulos públicos já apresentados, uma vez que os mesmos são fortes candidatos à representação das classes de ativos compostas por tais títulos.

Tabela 1: Família de índices IMA

ÍNDICE	COMPOSIÇÃO	PRAZOS	VIGÊNCIA	REBALANCEAMENTO
IRFM	LTNs	Todos	Do segundo dia útil do mês até o primeiro dia útil do mês posterior	Após o cálculo do primeiro dia útil do mês
IRFM 1	LTNs	< 1 ano		
IRFM 1+	LTNs	>= 1 ano		
IMA-C	NTN-Cs	Todos		
IMA-C 5	NTN-Cs	< 5 anos		
IMA-C 5+	NTN-Cs	>= 5 anos		
IMA-S	LFTs	Todos	Do primeiro dia útil após o dia 15 até o dia 15 do mês	Após o cálculo do 15o dia útil do mês
IMA-B	NTN-Bs	Todos		
IMA-B 5	NTN-Bs	< 5 anos		
IMA-B 5+	NTN-Bs	>= 5 anos	Ajustes dos pesos de acordo com as alterações dos seus quatro componentes	
IMA Geral	IRFM, IMA-B, IMA-C e IMA-S	Todos		

Estes índices são calculados, em linhas gerais, assim como os indicadores de bolsa de valores: uma carteira hipotética de títulos é definida e rebalanceada mensalmente, sendo que o índice traduz a variação diária do patrimônio da carteira. Para ser elegível a entrar na carteira teórica, um título público federal devem responder às seguintes premissas (ANBIMA, 2010):

- Possuir prazo de vencimento superior a um mês – de maneira que o título não vença durante o período de vigência de uma carteira teórica;
- Ser colocado no mercado através de oferta pública;
- Possuir mais de uma colocação por meio de oferta pública;
- Não ter sido colocado no mercado até dois dias úteis anteriores ao rebalanceamento da carteira teórica.

Para o cálculo do índice, a quantidade de um dado título na carteira teórica é calculada através da quantidade total de ativos disponíveis em mercado para negociação; para tanto, soma-se as quantidades de papéis já emitidas pelo Tesouro Nacional, descontadas as possíveis recompras realizadas pelo mesmo. Assim, o valor diário de um IMA pode ser calculado como segue (ANBIMA, 2010):

$$I_t = \sum_{j=1}^k Q_v^j (P_t^j + C_t^j)$$

Onde:

I_t : é o número-índice na data t ;

k : número de componentes do índice;

Q_v^j : quantidade teórica vigente do título j na carteira;

P_t^j : é o preço (descontados eventuais pagamentos de cupom no dia) do título j na data t ;

C_t^j : é o valor do cupom pago pelo título j na data t .

TÍTULOS PRIVADOS

Dentre os títulos privados, os Certificados de Depósito Bancário (CDBs) são a forma mais antiga e tradicional de captação de recursos pelos bancos comerciais, de investimentos e de desenvolvimento. Eles podem ser pré ou pós-fixados, possuindo os mais diversos prazos de vencimento (LIMA; LIMA; PIMENTEL, 2006).

As Debêntures, por sua vez, são títulos de renda fixa pré ou pós-fixados, emitidos por sociedades anônimas não financeiras, como uma maneira de levantar capital para diversos fins, como aquisição de participações acionárias, implantação de projetos, mudança no perfil de seu endividamento e capital de giro.

Não se vê, entretanto, no mercado de títulos privados, a mesma organização e uniformização apresentada pelo mercado de títulos públicos no que tange a precificação dos seus ativos. A ANBIMA vem, há alguns anos, concentrando esforços na tentativa de construir uma base de preços e taxas indicativas para debêntures; no entanto, este banco de dados, disponível no portal Debentures.com.br, ainda não é exaustivo. Ademais, ainda não há nenhuma divulgação pública de preços e taxas médias de CDBs negociados no mercado brasileiro. Assim, a precificação de um dado título privado é feita segundo manuais de marcação a mercado previamente estabelecidos e divulgados por cada instituição financeira ou gestora de recursos.

Por conseguinte, a inexistência de dados públicos e consensuais acerca do preço de títulos privados de renda fixa impede a criação de indicadores coerentes do comportamento deste mercado. Destarte, esta classe de ativos não será diretamente contemplada nas classes de ativos deste estudo, ainda que o seu comportamento possa estar fortemente correlacionado com outras classes advindas de títulos públicos – por exemplo, debêntures que pagam juros

sobre indicadores de inflação, como o IPCA, podem apresentar alta correlação com certas NTN-Bs ou com o IMA-B.

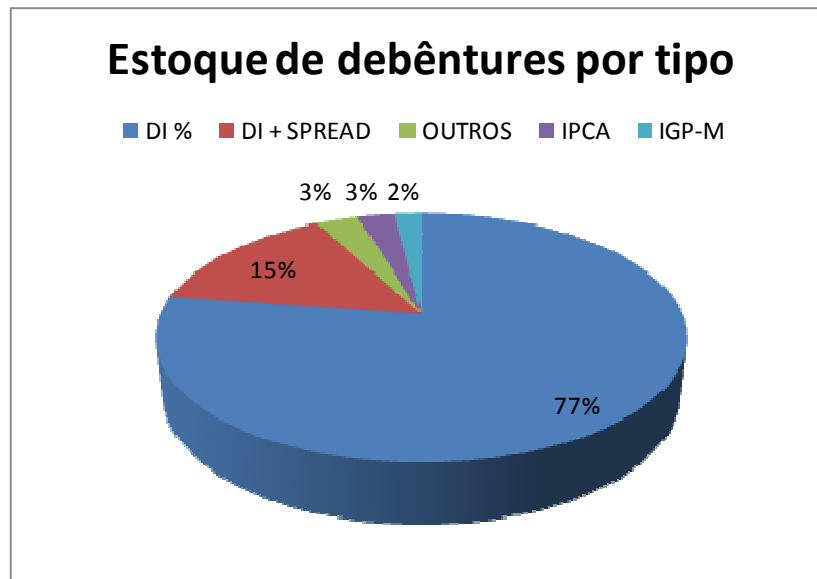


Gráfico 3: Estoque de debêntures por tipo – Novembro/2010 (Fonte: Debentures.com.br)

Todavia, a inclusão, como classe de ativos, dos Certificados de Depósito Interbancário (CDI) pode, de certa maneira, atenuar a deficiência supracitada. Haja vista que mais de 92,0% do volume total de debêntures emitidas (dados de debentures.com.br) possuem sua valorização atrelada ao CDI; o mesmo acontece com boa parte dos CDBs. O CDI, por sua vez, é uma média apurada diariamente das taxas de juros dos empréstimos realizados entre instituições financeiras, com o prazo de um dia, calculada e divulgada pela Câmara de Custódia e Liquidação CETIP S.A.

3. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS E DOS *PORTFOLIOS* ANALISADOS

Neste capítulo, explicitaremos a maneira como as classes de ativos empregadas neste estudo foram escolhidas e definidas. Na sequência, elencaremos os fundos de investimento para os quais calcularemos a Análise de Estilo. Por fim, esclareceremos os parâmetros utilizados, em particular, nos testes através do modelo empregando restrições sobre o CVaR.

3.1. DEFINIÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS UTILIZADAS

Conforme salientado anteriormente, a escolha adequada das classes de ativos é um fator determinante na qualidade dos resultados da Análise de Estilo de um *portfolio*. Neste Trabalho, analisaremos a utilização de dois conjuntos de classes de ativos diferentes. O primeiro deles – Grupo 1 - agrega indicadores do mercado de renda fixa (família IMA e CDI), taxas de câmbio (Real versus Dólar e Real versus Euro) e índices de renda variável (IBOVESPA E IBX). O segundo – Grupo 2 - terá, em substituição aos indicadores de renda fixa da família IMA, séries históricas criadas a partir da variação diária dos preços de NTN-Bs, NTN-Fs e LTNs.

Logo, a definição deste segundo grupo que, de certa maneira, "explode" os indicadores de renda fixa pertencentes ao primeiro grupo em séries de títulos com vencimentos diferentes, tem por finalidade explorar a capacidade dos modelos em trazer uma maior riqueza de detalhes à Análise de Estilo. Dessa maneira, conseguiríamos compreender com maior precisão os movimentos da composição da carteira, uma vez que teríamos a informação de qual título público faria parte do *portfolio*.

Tabela 2: Grupo 1 de Classes de Ativos

CLASSE	ÍNDICE	REPRESENTATIVIDADE
SELIC	IMA-S	Títulos públicos pós-fixados (LFTs)
PRÉ	IRFM	Títulos públicos pré-fixados (LTNs e NTN-Fs)
IPCA curto	IMA-B 5	Títulos públicos atrelados ao IPCA (NTN-Bs) de até 5 anos
IPCA longo	IMA-B 5+	Títulos públicos atrelados ao IPCA (NTN-Bs) de prazo maior ou igual a 5 anos
CDI	CDI	Títulos privados atrelados ao CDI
Dólar	Taxa de câmbio R\$/US\$	Ativos remunerados pela variação cambial
Euro	Taxa de câmbio R\$/€	Ativos remunerados pela variação do Euro
Bolsa IBX	IBX	Carteira de ações do IBX
Bolsa IBOVESPA	IBOVESPA	Carteira de ações do IBOVESPA

Tabela 3: Grupo 2 de Classes de Ativos

CLASSE	ÍNDICE	REPRESENTATIVIDADE
SELIC	IMA-S	Títulos públicos pós-fixados (LFTs)
PRÉ	7 séries de LTNs e 7 séries de NTN-Fs	Títulos públicos pré-fixados (LTNs e NTN-Fs)
IPCA	15 séries de NTN-Bs	Títulos públicos atrelados ao IPCA (NTN-Bs)
CDI	CDI	Títulos privados atrelados ao CDI
Dólar	Taxa de câmbio R\$/US\$	Ativos remunerados pela variação cambial
Euro	Taxa de câmbio R\$/€	Ativos remunerados pela variação do Euro
Bolsa IBX	IBX	Carteira de ações do IBX
Bolsa IBOVESPA	IBOVESPA	Carteira de ações do IBOVESPA

É salutar ressaltarmos que no segundo grupo de classes de ativos não foram consideradas séries de preços de LFTs individualmente. Isso se deve ao fato destes papéis possuírem uma elevada correlação ao CDI e ao IMA-S. Em testes realizados com uma série histórica de 250 dias (com início em 01/04/2009 e fim em 31/03/2010), foi encontrada uma correlação mínima de 0,985 entre as LFTs disponíveis no mercado e o CDI, e uma correlação mínima de 0,995 entre aqueles títulos e o IMA-S. Por conseguinte, constata-se também uma alta correlação

entre o CDI e o IMA-S. Este fato é conceitualmente justificável, uma vez que tanto as LFTs quanto os Certificados de Depósito Bancário, conforme explicitamos na subseção 2.7.2, são precificados de acordo com taxas de juros diárias pós-fixadas e, portanto, muito similares.

Para a construção das séries de retornos dos títulos públicos, foram considerados elegíveis a possuir uma série todos os papéis existentes na data inicial da amostra coletada (01/04/2009), e que venciam após a data final da série (31/03/2010). Destarte, foram criadas séries para os títulos apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Títulos elegíveis a séries de retorno

TÍTULO	VENCIMENTO	TÍTULO	VENCIMENTO
LTN	01/04/2010	NTN-B	15/05/2017
LTN	01/07/2010	NTN-B	15/08/2020
LTN	01/10/2010	NTN-B	15/03/2023
LTN	01/01/2011	NTN-B	15/08/2024
LTN	01/04/2011	NTN-B	15/11/2033
LTN	01/07/2011	NTN-B	15/05/2035
LTN	01/07/2012	NTN-B	15/05/2045
NTN-B	15/08/2010	NTN-F	01/07/2010
NTN-B	15/05/2011	NTN-F	01/01/2011
NTN-B	15/11/2011	NTN-F	01/01/2012
NTN-B	15/08/2012	NTN-F	01/01/2013
NTN-B	15/05/2013	NTN-F	01/01/2014
NTN-B	15/11/2013	NTN-F	01/01/2017
NTN-B	15/08/2014	NTN-F	01/01/2021
NTN-B	15/05/2015		

Uma vez definidos os títulos públicos elegíveis, foram compostas as suas respectivas séries históricas de retorno diário. No caso de papéis que não pagam cupons (as LTNs, no caso), sendo PU_t o seu preço unitário no instante t , e PU_{t-1} o seu preço unitário no instante imediatamente anterior ($t-1$), o retorno diário r_t pode ser calculado através da fórmula:

$$r_t = \frac{PU_t}{PU_{t-1}} - 1 \quad (20)$$

Já para os títulos públicos que pagam juros semestrais, o efeito do pagamento dos cupons foi devolvido ao seu retorno diário, de maneira a não provocar descontinuidades na série. Assim, caso o papel não tenha pago juros em t , seu retorno pode ser calculado através da fórmula

(20). Tendo pago um cupom em t , o valor de PU_t deverá ser corrigido, somando a ele o valor dos juros pagos. Logo, o retorno diário r_t será, nesta situação:

$$r_t = \frac{PU_t + VNA[(1+i)^{1/2} - 1]}{PU_{t-1}} - 1$$

Onde

VNA : Valor Nominal Atualizado da NTN na data de cálculo (corrigido mensalmente pelo IPCA, no caso de NTN-Bs, e constante igual a R\$ 1.000,00 no caso de NTN-Fs);

i : taxa de juros anual pactuada na emissão;

$VNA[(1+i)^{1/2} - 1]$: é o valor do cupom pago em t .

No caso específico do modelo de otimização com restrição sobre o CVaR, cuja entrada das séries se dá sob a forma de preços, e não de retornos, foram criados, a partir das séries de retornos, acumuladores. Um acumulador é um índice que inicia-se com valor 1 e passa a assimilar, cumulativamente, os retornos diários de um indicador. Matematicamente, sendo I_t o número-índice na data t , e I_{t-1} o número-índice no dia imediatamente anterior, temos:

$$I_t = I_{t-1}r_t$$

3.2. CRIAÇÃO DE UMA CARTEIRA FICTÍCIA

Uma das principais qualidades da Análise de Estilo baseada no Retorno reside no fato de se poder conhecer a exposição média de uma carteira a um conjunto de classes de ativos sem a necessidade de se ter a composição detalhada do *portfolio*. Mais do que isso, na maioria das vezes, o investidor não tem acesso à abertura da carteira na qual deseja investir.

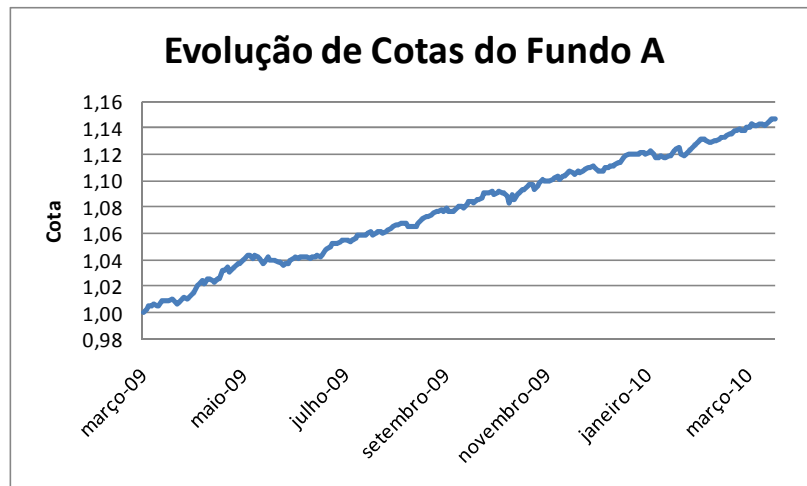


Gráfico 4: Evolução de Cotas do Fundo A

Este fato acaba também limitando a capacidade de avaliarmos a robustez e a qualidade de um dado modelo empregado para se calcular a Análise de Estilo, visto que não teremos informações precisas acerca da evolução da composição da carteira ao longo do período sob análise. Para driblar esta limitação, foi criada uma carteira dita "virtual" – que chamaremos, a partir de então, Fundo A -, na qual foram colocados ativos aleatoriamente (dentro do conjunto de ativos definidos no segundo grupo de classes de ativos), em quantidades definidas e constantes ao longo de todo o período em questão. Por conseguinte, o retorno deste *portfolio* nada mais é do que o resultado da composição dos retornos dos ativos nos quais ele investe, conforme indicado na Tabela 5.

Tabela 5: Carteira de Investimentos do Fundo A

ATIVO	VENCIMENTO	INVESTIMENTO (R\$)	EXPOSIÇÃO
NTN-B	15/05/2011	2.000.000,00	16,53%
NTN-B	15/11/2011	500.000,00	4,13%
NTN-B	15/11/2013	1.000.000,00	8,26%
NTN-B	15/05/2015	100.000,00	0,83%
NTN-B	15/05/2045	300.000,00	2,48%
NTN-F	01/01/2011	300.000,00	2,48%
NTN-F	01/01/2014	150.000,00	1,24%
LTN	01/04/2011	200.000,00	1,65%
LTN	01/01/2011	1.500.000,00	12,40%
LTN	01/04/2010	50.000,00	0,41%
LFT	07/09/2014	1.000.000,00	8,26%
LFT	07/03/2013	500.000,00	4,13%
LFT	15/06/2011	800.000,00	6,61%
CDI		2.500.000,00	20,66%
DOLAR		200.000,00	1,65%
EURO		-	0,00%
IBOV		-	0,00%
IBX		1.000.000,00	8,26%
TOTAL		12.100.000,00	100,00%

3.3. ESCOLHA DOS FUNDOS DE INVESTIMENTO REAIS

Os fundos de investimento reais sobre os quais aplicaremos os modelos de regressão propostos neste Trabalho foram escolhidos de maneira a representarem o perfil de investimentos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar. Destarte, as carteiras reais selecionadas correspondem a *portfolios* com investimentos em renda fixa e variável, sendo seus investimentos de renda fixa majoritariamente baseados em títulos públicos, com aplicações conservadoras (ou seja, menos arriscadas) em títulos privados. No mais, estes fundos não podem assumir dívidas para realizar investimentos (não podem "alavancar" o seu patrimônio), tampouco podem vender ativos que não possuem na carteira.

Assim, ambos os fundos selecionados são *portfolios* típicos de EFPCs que, por questões de confidencialidade, não terão seus nomes divulgados. O primeiro deles, chamado aqui de Fundo B, tem como *benchmark* um indicador composto por 12,5% da rentabilidade do IBX e 87,5% da rentabilidade do CDI. Para este fundo, conseguimos obter, através do portal de

dados da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), a composição real de sua carteira em datas ao longo dos períodos de simulação.

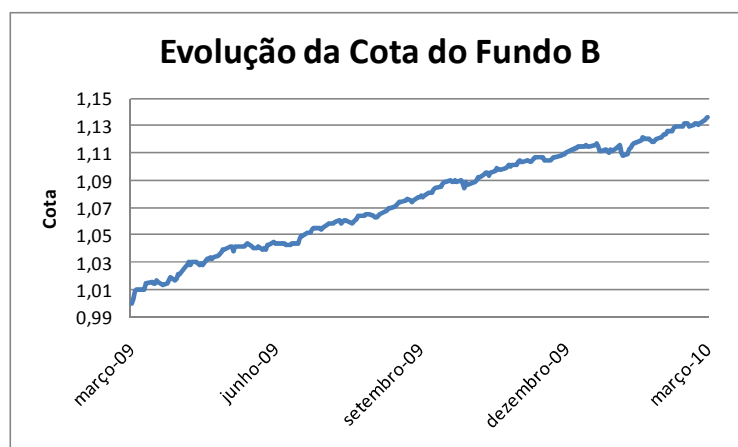


Gráfico 5: Evolução da Cota do Fundo B

O segundo fundo real aqui empregado, de agora em diante chamado de Fundo C, é também um fundo de investimentos característico de uma EFPC, com investimentos em renda fixa e renda variável, cujo *benchmark* é composto pelo retorno dos seguintes indicadores: 14,5% do CDI, 43,5% do IMA-B 5, 14,5% do IRFM e 27,5% do IBX. Dado que se trata de um fundo de gestão ativa, o gestor da carteira tem por objetivo superar a rentabilidade do *benchmark* composto supracitado. No entanto, para este fundo, não temos em nenhum instante a composição real de sua carteira – entretanto, a Análise de Estilo nos é, numa situação como esta, deveras útil no sentido de nos indicar se há aderência ou não do estilo de gestão ao *benchmark* proposto, sendo então capaz de identificar os efeitos de possíveis desvios da carteira sobre a sua rentabilidade em relação ao seu índice de referência.

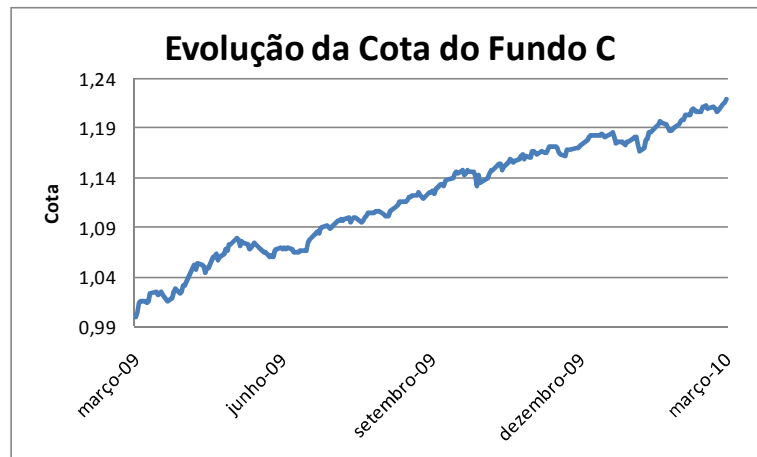


Gráfico 6: Evolução da Cota do Fundo C

3.4. CALIBRAGEM DO MODELO DE CVaR

O modelo de otimização linear com restrição sobre o CVaR da carteira proposto neste Trabalho toma como dados de entrada, além das séries de preços das classes de ativos e das cotas do *portfolio* sob análise, o nível de confiança α do VaR e o limite superior w do CVaR. A definição dos valores utilizados para estes parâmetros foi realizada calibrando o modelo através da carteira virtual criada, variando tais parâmetros e observando os seus efeitos sobre os resultados da Análise de Estilo em relação à composição real do *portfolio*.

Tabela 6: Grid de parâmetros de teste do modelo de CVaR

TESTE	α	w
1	10%	0,5
2	10%	0,1
3	10%	0,05
4	10%	0,01
5	10%	0,005
6	10%	0,001
7	10%	0,0001
8	20%	0,5
9	20%	0,1
10	20%	0,05
11	20%	0,01
12	20%	0,005
13	20%	0,001
14	20%	0,0001

Foram então realizadas as simulações conforme a Tabela 6. Utilizaram-se os valores 0,10 e 0,20 para o α – isso significa que, na restrição sobre o VaR e o CVaR, foram consideradas as caudas correspondentes a, respectivamente, 10% e 20% da distribuição de probabilidades dos desvios entre o fundo real e a carteira sugerida pelo modelo. No intuito de avaliarmos qual combinação de parâmetros leva ao resultado mais próximo do fundo real, comparamos os desvios encontrados entre a composição inicial da carteira do Fundo A e aquela sugerida pela Análise de Estilo.

Nestas simulações, foram empregadas as classes de ativos do Grupo 2, haja vista que buscamos calibrar o modelo de CVaR no intuito de obter um resultado o mais detalhado possível. Os desvios entre a composição do Fundo A e a Análise de Estilo foram calculados segundo a seguinte fórmula, sendo D_{Total} a soma dos desvios, β_i a exposição percentual do Fundo A à classe de ativo i, e b_i a exposição à classe i dada pela Análise de Estilo:

$$D_{Total} = \sum_{i=1}^N |\beta_i - b_i|$$

Tabela 7: Desvios encontrados segundo valores de α e w

	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,20$
w = 0,5	199,99%	199,99%
w = 0,1	199,99%	199,99%
w = 0,05	199,99%	199,99%
w = 0,01	159,97%	139,81%
w = 0,005	87,83%	83,37%
w = 0,001	59,80%	24,47%
w = 0,0001	13,45%	8,51%

A Tabela 7 nos mostra os resultados das somas dos desvios. Notamos, através dela, que um aumento do valor de α , simultaneamente a uma diminuição do valor de w , levam a melhores significativas na qualidade dos resultados do modelo de CVaR. Entretanto, este aumento de qualidade vem acompanhado de um aumento no tempo de cálculo. Por exemplo, enquanto a solução de um problema com $\alpha = 0,10$ e $w = 0,5$ (para 35 classes de ativos e uma série histórica de 250 dias) leva poucos segundos utilizando-se o método SIMPLEX, o mesmo problema para $\alpha = 0,20$ e $w = 0,0001$ leva mais de 30 minutos para ser resolvido. Dado que o interesse deste Trabalho de Formatura é conhecer a qualidade de modelos de otimização para

Análise de Estilo, sem, todavia, perder de vista a praticidade e versatilidade de seu uso, nos contentaremos a empregar o modelo de CVaR tendo como parâmetros $\alpha = 0,20$ e $w = 0,0001$.

4. RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos ao aplicarmos os modelos de regressão definidos no capítulo 2 aos fundos A, B e C. Dada a grande quantidade de informações obtidas, nos deteremos a aqui apresentar os resultados mais relevantes à compreensão da qualidade dos modelos empregados. O conjunto completo de resultados encontra-se na seção de Anexos deste Trabalho de Formatura.

4.1. DESCRIÇÃO DOS TESTES REALIZADOS

Cada um dos cinco modelos de regressão aplicados à Análise de Estilo apresentados neste Trabalho foi testado nos três fundos anteriormente apresentados: Fundo A (fictício), Fundo B e Fundo C. Foi então calculada a Análise de Estilo de cada um desses fundos, segundo os cinco modelos de regressão, para períodos anual, semestral, trimestral e mensal, segundo as datas definidas na Tabela 8. Calculou-se também o R^2 para cada teste, tomando-o como uma medida capaz de comparar a qualidade de cada regressão.

Tabela 8: Períodos utilizados na Análise de Estilo

PERÍODO	DATA INICIAL	DATA FINAL
Anual	01/04/2009	31/03/2010
Semestral	01/10/2009	31/03/2010
Trimestral	04/01/2010	31/03/2010
Mensal	01/03/2010	31/03/2010

Ademais, cada teste foi realizado levando-se em consideração os grupos 1 e 2 de classes de ativos, descritos em 3.1. Além disso, para tornar mais prática a identificação de cada modelo empregado, eles serão, de agora em diante, referenciados da seguinte maneira:

- Regressão Linear Multivariada Tradicional → Regressão Multivariada
- Método do Gradiente Simples → Gradiente
- Método de Wolfe → Wolfe
- Método de Projeção → Quadrático
- *Tracking* com restrição sobre o CVaR → CVaR

4.2. RESULTADOS DO FUNDO A

O Fundo A, por ser a carteira fictícia criada pelo autor, é deveras útil na compreensão dos resultados exibidos pelos modelos empregados. Haja vista que, diferentemente dos fundos reais de mercado, temos todas as informações acerca da composição de seu *portfolio*, assim como sua evolução ao longo do tempo. Além disso, o Fundo A possui gestão passiva, ou seja, não sofre mudanças em sua composição ao longo do tempo, como as resultantes de compras e vendas de ativos.

A Tabela 9 nos mostra os resultados da Análise de Estilo do Fundo A para o período de um ano (de 01/04/2009 a 31/03/2010), segundo as classes de ativos do Grupo 2. Nela, a primeira coluna "Fundo A" indica-nos a composição do referido fundo no início do período de cálculo.

Tabela 9: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	16,53%	0,13	11,74%	12,00%	12,00%	16,59%
NTN-B nov/11	4,13%	0,01	2,59%	2,25%	2,25%	3,86%
NTN-B ago/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,02	0,60%	0,12%	0,12%	0,00%
NTN-B nov/13	8,26%	0,10	9,36%	9,85%	9,85%	8,78%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,83%	0,02	0,25%	0,31%	0,31%	0,43%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,42%
NTN-B ago/20	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	2,48%	0,04	2,40%	2,39%	2,39%	2,34%
Σ NTN-Bs	32,23%		26,95%	26,93%	26,93%	32,48%
NTN-F jul/10	0,00%	0,22	0,00%	0,00%	0,00%	0,39%
NTN-F jan/11	2,48%	-0,06	0,00%	7,32%	7,35%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,01	0,26%	0,41%	0,41%	0,00%
NTN-F jan/14	1,24%	0,01	0,86%	0,76%	0,76%	0,77%
NTN-F jan/17	0,00%	0,01	0,12%	0,14%	0,14%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,18%
Σ NTN-Fs	3,72%		1,25%	8,63%	8,66%	1,35%
LTN abr/10	0,41%	0,33	12,83%	14,50%	14,50%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,37	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	12,40%	0,21	15,79%	8,21%	8,18%	14,27%
LTN abr/11	1,65%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,64%
LTN jul/11	0,00%	0,03	0,29%	0,57%	0,57%	0,61%
LTN jul/12	0,00%	0,01	1,53%	1,54%	1,54%	0,00%
Σ LTNs	14,46%		30,45%	24,82%	24,79%	16,52%
CDI	20,66%	-2,00	29,68%	27,95%	27,94%	0,00%
IMA-S	19,01%	1,01	0,00%	0,00%	0,00%	39,63%
CDI + IMA-S	39,67%		29,68%	27,95%	27,94%	39,63%
DÓLAR	1,65%	0,01	1,41%	1,42%	1,42%	1,73%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,00	0,11%	0,09%	0,09%	0,06%
IBX	8,26%	0,10	10,15%	10,17%	10,17%	8,23%
β_0		0,00				
R2		0,9918	0,9910	0,9910	0,9910	1,0000

Observemos, inicialmente, que o R^2 de todos os modelos empregados é superior a 0,99, indicando-nos a boa qualidade das regressões em relação à classe de ativos proposta. Ademais, não é difícil notarmos que os resultados da Regressão Multivariada tradicional são os menos claros à primeira vista; ao passo que seus coeficientes não somam 1 (ou 100%), fruto da ausência de restrição sobre tal soma, além de apresentarem valores negativos. O Fundo A, por sua vez, não possui posições vendidas em nenhuma classe de ativos, o que não justifica a existência de coeficientes negativos na Análise de Estilo. No mais, ainda notamos na referida tabela o valor de β_0 diferente de zero, indicando-nos que a regressão intercepta o eixo das ordenadas num ponto diferente da origem, o que também não nos agrega informação acerca do Estilo do fundo. Logo, ainda que a Regressão Multivariada seja capaz de nos indicar a sensibilidade dos retornos de um *portfolio* a um grupo de classes de ativos, seus resultados acabam desrespeitando a política de investimentos da carteira, além de seus resultados não serem claramente inteligíveis.

Podemos também destacar, nestes resultados, a solução proposta pelo modelo de CVaR. Se, num primeiro momento, observarmos os valores agregados de cada classe de ativos, notaremos que o resultado do modelo de CVaR é o que mais se aproxima da solução real, apresentado apenas desvios mais significativos nos agregados de NTN-Fs e LTNs; entretanto, se levarmos em conta que ambas as classes estão igualmente expostas à um mesmo fator (a taxa de juros pré-fixada), a soma de ambas leva-nos a uma exposição de 18,18% do Fundo A frente a 17,87% obtidos pelo modelo de CVaR.

Tabela 10: Resultados agregados da Análise de Estilo do Fundo A – Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual

	Modelo				
	Fundo A	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
$\sum$ NTN-Bs	32,23%	26,95%	26,93%	26,93%	32,48%
$\sum$ NTN-Fs	3,72%	1,25%	8,63%	8,66%	1,35%
$\sum$ LTNs	14,46%	30,45%	24,82%	24,79%	16,52%
CDI + IMA-S	39,67%	29,68%	27,95%	27,94%	39,63%
DÓLAR	1,65%	1,41%	1,42%	1,42%	1,73%
EURO	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,11%	0,09%	0,09%	0,06%
IBX	8,26%	10,15%	10,17%	10,17%	8,23%
R2		0,9910	0,9910	0,9910	1,0000

Também numa comparação classe a classe de ativos, a solução obtida via CVaR mostra-se mais próxima da carteira real em relação às soluções dos demais modelos. Mais uma vez, os maiores desvios encontram-se nos classes de ativos atreladas à taxa de juros pré-fixadas, com especial destaque para as NTN-Fs. Entretanto, os demais modelos também não se mostraram capazes de se aproximar da real alocação de NTN-Fs da carteira.

Para períodos menores do que um ano, podemos notar que todos os modelos passam a ter dificuldades na determinação das composições relativas às NTN-Fs, LTNs e o CDI/IMA-S, como exemplificado na Tabela 11, correspondente aos coeficientes de Estilo calculados para o período de 04/01/2010 a 31/03/2010. Nela podemos observar que os modelos de Wolfe, Quadrático e da CVaR alocam um montante expressivo (superior a 30% da carteira) na LTN com o vencimento mais próximo (abril de 2010). Concomitantemente, o percentual alocado em CDI/IMA-S é zero. Provavelmente, os três modelos supracitados substituíram o CDI pelo título pré-fixado que venceria o mais cedo possível. Se atentarmos ao período em análise, veremos que trata-se do primeiro trimestre de 2010, quando as taxas de juros nominais no Brasil permaneceram em seu patamar mais baixo (8,75% a.a.) – portanto, neste período tanto o CDI ou uma LFT (títulos pós-fixados) ofereciam a mesma remuneração que um título pré-fixado (LTN) com vencimento no final do trimestre.

Tabela 11: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,03%
NTN-B mai/11	16,16%	0,13	17,30%	15,66%	15,65%	16,86%
NTN-B nov/11	4,02%	0,08	1,64%	2,30%	2,30%	2,10%
NTN-B ago/12	0,00%	0,01	1,81%	2,44%	2,44%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,91%
NTN-B nov/13	8,05%	0,13	7,41%	7,68%	7,68%	7,51%
NTN-B ago/14	0,00%	0,00	0,65%	0,35%	0,35%	0,00%
NTN-B mai/15	0,81%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,68%
NTN-B mai/17	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,08%
NTN-B ago/20	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,04	0,00%	0,00%	0,00%	1,18%
NTN-B ago/24	0,00%	0,03	0,00%	0,37%	0,37%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,00	1,03%	0,75%	0,75%	0,60%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	2,59%	0,03	2,49%	2,41%	2,41%	1,47%
ΣNTN-Bs	31,64%		32,34%	31,95%	31,95%	32,42%
NTN-F jul/10	0,00%	0,44	0,00%	2,35%	2,33%	7,12%
NTN-F jan/11	2,40%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	5,97%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,89%
NTN-F jan/13	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,38%
NTN-F jan/14	1,19%	0,02	0,91%	1,12%	1,12%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,00	0,18%	0,15%	0,15%	0,00%
ΣNTN-Fs	3,58%		1,09%	3,62%	3,61%	15,36%
LTN abr/10	0,40%	-0,20	0,00%	37,17%	37,18%	32,85%
LTN jul/10	0,00%	-0,28	0,19%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	4,95%
LTN jan/11	11,98%	-0,03	10,93%	13,16%	13,16%	0,00%
LTN abr/11	1,60%	0,11	1,57%	1,57%	1,57%	1,62%
LTN jul/11	0,00%	0,08	2,90%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	-0,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	13,97%		15,58%	51,90%	51,91%	39,42%
CDI	19,81%	12,70	38,42%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	18,23%	44,48	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	38,04%		38,42%	0,00%	0,00%	0,00%
DÓLAR	1,12%	0,01	1,20%	1,19%	1,19%	1,01%
EURO	0,00%	-0,00	0,04%	0,02%	0,02%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,00	0,32%	0,37%	0,37%	0,00%
IBX	11,65%	0,11	11,00%	10,95%	10,95%	11,79%
β_0		-0,02				
R2		0,9998	0,9994	0,9994	0,9994	1,0000

Já no período mais curto analisado – de 01/03/2010 a 31/03/2010 – o modelo de CVaR é, junto com o modelo do Gradiente, o que mais se aproxima do fundo real. Todavia, ambos apresentaram dificuldades na determinação da exposição de algumas classes de títulos públicos, indicando alocações em torno da alocação de fato. Um exemplo claro dessa dificuldade pode ser visto nas exposições sugeridas pelos modelos supracitados para a NTN-B com vencimento em 2045: enquanto o modelo do Gradiente indica alocações tanto na NTN-B de 2045 quanto na de 2035, o modelo de CVaR aloca unicamente na NTN-B de 2035.

Tabela 12: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Mensal

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,07	0,00%	0,46%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	16,30%	0,21	20,59%	12,41%	17,37%	16,82%
NTN-B nov/11	4,07%	0,00	1,18%	5,63%	3,34%	4,57%
NTN-B ago/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/13	8,16%	0,11	7,90%	9,34%	8,75%	4,12%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,03	0,97%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,82%	-0,00	0,24%	0,01%	0,29%	3,10%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,00	0,02%	0,49%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,00	0,15%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,04	1,51%	0,00%	0,00%	3,80%
NTN-B mai/45	2,66%	-0,02	1,18%	2,54%	2,83%	0,00%
ΣNTN-Bs	32,02%		33,74%	30,88%	32,59%	32,41%
NTN-F jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	2,40%	0,00	0,00%	0,00%	12,26%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%
NTN-F jan/13	0,00%	0,00	0,00%	0,21%	0,56%	0,00%
NTN-F jan/14	1,20%	0,04	1,45%	0,62%	0,48%	1,00%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,18%	0,00%
ΣNTN-Fs	3,60%		1,45%	0,84%	13,48%	1,06%
LTN abr/10	0,00%	0,00	0,00%	8,29%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	1,77%	0,00	0,00%	0,00%	3,36%	17,19%
LTN jan/11	11,98%	0,00	0,00%	12,90%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	0,12	7,53%	1,60%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	0,00	0,00%	2,75%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,40%	0,00	3,12%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	14,15%		10,65%	25,54%	3,36%	17,19%
CDI	19,77%	0,00	41,66%	0,00%	38,04%	37,26%
IMA-S	18,20%	0,00	0,00%	30,54%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	37,97%		41,66%	30,54%	38,04%	37,26%
DÓLAR	1,14%	0,01	1,09%	1,02%	1,10%	0,80%
EURO	0,00%	-0,00	0,07%	0,00%	0,03%	0,10%
IBOVESPA	0,00%	-0,01	0,16%	0,00%	0,02%	0,00%
IBX	11,12%	0,12	11,18%	11,18%	11,38%	11,17%
β_0		0,00				
R2		1,0000	0,9998	0,9991	1,0000	0,9999

Quanto às soluções obtidas utilizando-se o Grupo 1 de classes de ativos, é notável a semelhança das soluções obtidas através dos métodos do Gradiente, Wolfe e Quadrático para todos os períodos analisados. Ademais, tais resultados mantiveram-se próximos da composição real do fundo A, principalmente se agregarmos as exposições sugeridas em CDI e IMA-S, além de IBOVESPA e IBX. Aliás, o aparecimento de alocações em IBOVESPA numa carteira que somente possui ativos atrelados ao IBX não é um fato inesperado, haja vista que, conforme destacamos em 2.7.1, há uma sobreposição de ativos que compõem as carteiras teóricas destes índices de renda variável.

Tabela 13: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,65%	0,02	1,55%	1,55%	1,55%	0,88%
EURO	0,00%	0,00	0,09%	0,09%	0,09%	0,45%
IBOV	0,00%	0,00	0,16%	0,16%	0,16%	1,64%
IBX	8,26%	0,10	10,09%	10,08%	10,09%	6,55%
IMAB-5	28,93%	0,34	33,86%	33,86%	33,86%	31,63%
IMAB-5+	3,31%	0,04	4,08%	4,08%	4,08%	3,20%
CDI	20,66%	-1,27	30,87%	30,87%	30,87%	0,00%
IMA-S	19,01%	0,65	0,00%	0,00%	0,00%	31,40%
IRFM	18,18%	0,19	19,31%	19,31%	19,31%	24,24%
β_0		0,00				
R2		0,9834	0,9831	0,9831	0,9831	0,9999

Entretanto, há que se ressaltar o fato do modelo de CVaR, que apresentara resultados consistentes nas análises empregando o Grupo 2 de classes de ativos, exibir as soluções mais distantes da alocação real quando do uso das classes do Grupo 1.

Tabela 14: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,12%	0,02	1,88%	1,88%	1,88%	0,73%
EURO	0,00%	0,00	0,14%	0,14%	0,14%	0,00%
IBOV	0,00%	0,02	2,37%	2,35%	2,35%	6,27%
IBX	11,65%	0,10	9,26%	9,27%	9,27%	4,35%
IMAB-5	28,23%	0,28	28,67%	28,75%	28,75%	24,52%
IMAB-5+	3,41%	0,07	5,49%	5,47%	5,47%	2,94%
CDI	19,81%	143,75	37,02%	36,93%	36,93%	32,94%
IMA-S	18,23%	-16,93	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IRFM	17,55%	0,16	15,17%	15,21%	15,21%	28,25%
β_0		-0,04				
R2		0,9783	0,9768	0,9768	0,9768	0,9987

4.3. RESULTADOS RELATIVOS AOS FUNDOS REAIS

Nesta seção, apresentaremos e analisaremos as soluções encontradas para a Análise de Estilo dos fundos B e C. Convém ressaltarmos, antes de mais nada, que ambos os fundos são reais, ou seja, são carteiras existentes em Entidades Fechadas de Previdência Complementar. Como tal, não possuímos informações precisas acerca da composição diária de seus *portfolios*. Além disso, ambos são fundos de gestão ativa, podendo assim o gestor alterar a composição da carteira, desde que respeitando os parâmetros de risco e concentração que lhe foi dado pelo investidor, buscando superar a rentabilidade de um dado *benchmark*.

Destarte, esperamos aqui obter resultados coerentes com o índice de referência de cada fundo, além de sinais das ações de gestão ativa, como alocações pontuais em determinados papéis em certos instantes de tempo. O Fundo B, por exemplo, possui como referência o *benchmark* composto por 87,5% do CDI e 12,5% do IBX. Podemos observar a solução da Análise de Estilo no período de 01/04/2009 a 31/03/2010, segundo o Grupo 2 de classes de ativos, na Tabela 15. Na coluna de nome "Fundo B", trazemos a composição da carteira tal qual ela era no primeiro dia do período de análise; esta composição não é, entretanto, necessariamente mantida ao longo de todo o período, servindo-nos apenas como um indicativo da alocação instantânea escolhida pelo gestor do *portfolio*.

Notamos, tanto para esta avaliação do período anual quanto para os demais, com exceção da análise mensal, uma alta proximidade entre as soluções propostas pelos três modelos baseados

na minimização da variância do erro aleatório: Gradiente, Wolfe e Quadrático. Na análise anual, resultado indicado pelo modelo de CVaR é o que mais se distancia do esperado para este fundo, seja em relação ao seu *benchmark* ou à composição instantânea da carteira – haja vista suas indicações de exposição a NTN-Fs com vencimentos longos ou a baixa exposição à renda variável (6,72% se somados IBX e IBOVESPA).

Em linhas gerais, a Análise de Estilo anual do Fundo B permite-nos constatar que o gestor segue o seu indicador (87,5% do CDI e 12,5% do IBX), realizando alocações pontuais em NTN-Bs e títulos pré-fixados (basicamente LTNs) para superar a rentabilidade desse seu indicador. Ademais, podemos inferir que a gestão do fundo foi conservadora ao longo dos 12 meses analisados, dado que, diante de um indicador de referência de 12,5% em renda variável, a alocação média da carteira situou-se em torno de 8,9% segundo os modelos que demonstraram melhor aderência.

Tabela 15: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo B - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,87%	0,04	0,38%	0,38%	0,38%	0,00%
NTN-B mai/11	7,19%	0,06	2,18%	2,18%	2,18%	2,04%
NTN-B nov/11	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,19%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Bs	8,06%		2,56%	2,56%	2,56%	2,23%
NTN-F jul/10	0,00%	0,60	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-0,46	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	3,10%
NTN-Fs	0,00%		0,00%	0,00%	0,00%	3,10%
LTN abr/10	0,00%	-0,26	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,45	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,04	7,18%	7,18%	7,18%	6,53%
LTN jan/11	0,00%	0,51	0,00%	0,00%	0,00%	4,06%
LTN abr/11	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,07	0,37%	0,37%	0,37%	0,00%
LTNs	0,00%		7,55%	7,55%	7,55%	10,59%
CDI	72,49%	-5,09	0,00%	0,00%	0,00%	77,36%
IMA-S	7,81%	6,82	80,98%	80,98%	80,98%	0,00%
CDI + IMA-S	80,30%		80,98%	80,98%	80,98%	77,36%
DÓLAR	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	2,76%
IBX	11,64%	0,09	8,91%	8,91%	8,91%	3,95%
β_0		-0,00				
R2		0,9718	0,9674	0,9674	0,9674	0,9995

Já o Fundo C, dado o seu *benchmark* composto por 14,5% do CDI, 43,5% do IMA-B 5, 14,5% do IRFM e 27,5% do IBX, pode ser melhor analisado através do uso do Grupo 1 de classes de ativos. Vejamos na Tabela 16 o resultado da Análise de Estilo referente ao período anual (de 01/04/2009 a 31/03/2010).

Tabela 16: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C - Grupo 1 de Classes de Ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	0,00%	0,00	0,40%	0,40%	0,40%	2,17%
EURO	0,00%	0,00	0,19%	0,19%	0,19%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	13,77%
IBX	27,50%	0,22	20,23%	20,23%	20,23%	2,63%
IMAB-5	43,50%	0,52	50,66%	50,67%	50,66%	75,50%
IMAB-5+	0,00%	0,01	0,98%	0,98%	0,98%	5,93%
CDI	14,50%	7,84	1,31%	0,00%	1,31%	0,00%
IMA-S	0,00%	-6,51	0,00%	1,29%	0,00%	0,00%
IRFM	14,50%	0,26	26,23%	26,24%	26,23%	0,00%
β_0		-0,00				
R2		0,9776	0,9774	0,9774	0,9774	0,9988

As exposições apontadas pelos modelos do Gradiente, Wolfe e Quadrático são muito próximas, além de coerentes ao *benchmark* do Fundo C. Vemos, por exemplo, que a alocação média em renda variável desta carteira, num período de 12 meses, ficou abaixo da sua meta de 27,5%, indicando-nos uma postura conservadora do gestor em relação a esta classe de ativos. No entanto, observa-se que a gestão optou por agregar valor através das classes de renda fixa, sobrealocando recursos nas classes IMA-B 5 e IRFM. No mais, ressaltamos ainda que os valores de R^2 foram superiores a 0,97. E, mais uma vez, o modelo do CVaR é o que mostra-se menos coerente ao perfil do fundo.

Além disso, podemos ainda observar, na Tabela 17, as alocações indicadas pela Análise de Estilo tomando-se o Grupo 2 como classes de ativos para tentar identificar em quais títulos o gestor aplica os recursos da carteira. Tomando como base os resultados indicados pelos modelos de Wolfe, do Gradiente e Quadrático, é possível inferir que o gestor possa ter feito grandes apostas em NTN-Bs com vencimento em 2011, assim como na LTN com vencimento em julho de 2011.

Tabela 17: Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C - Grupo 2 de Classes de Ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivariedade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	0,00%	0,15	9,30%	9,30%	9,30%	11,10%
NTN-B nov/11	0,00%	0,15	17,16%	17,16%	17,16%	37,66%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,13	5,79%	5,79%	5,79%	16,17%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,07	6,18%	6,18%	6,18%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Bs	43,50%		38,44%	38,44%	38,44%	64,93%
NTN-F jul/10	0,00%	1,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-0,90	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	-0,03	0,22%	0,22%	0,22%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,01	1,46%	1,46%	1,46%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	6,66%
ΣNTN-Fs	0,00%		1,67%	1,67%	1,67%	6,66%
LTN abr/10	0,00%	-0,42	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-1,07	0,00%	0,00%	0,00%	11,02%
LTN out/10	0,00%	0,36	1,42%	1,42%	1,42%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	1,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,53	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,21	18,86%	18,86%	18,86%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,47	0,00%	0,00%	0,00%	1,36%
ΣLTNs	0,00%		20,28%	20,28%	20,28%	12,38%
ΣLTNs + ΣNTN-Fs	14,50%		21,95%	21,95%	21,95%	19,04%
CDI	14,50%	5,88	18,84%	18,84%	18,84%	0,00%
IMA-S	0,00%	-4,77	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	14,50%		18,84%	18,84%	18,84%	0,00%
DÓLAR	0,00%	0,00	0,27%	0,27%	0,27%	0,00%
EURO	0,00%	0,00	0,24%	0,24%	0,24%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	9,09%
IBX	27,50%	0,22	20,25%	20,25%	20,25%	6,94%
β_0		-0,00				
R2		0,9795	0,9773	0,9773	0,9773	0,9995

4.4. CONSIDERAÇÕES ACERCA DO MODELOS EMPREGADOS

Os resultados expostos anteriormente permitem-nos traçar um panorama acerca dos modelos aqui empregados para o cálculo da Análise de Estilo. Tratemos, inicialmente, da Regressão Multivariada tradicional. Como esperado, dada a ausência de restrições sobre os coeficientes de regressão, este modelo apresenta, tanto para nossa situação controlada quanto para fundos reais, exposições negativas a certas classes de ativos, ainda que elas não sejam coerentes à política de investimentos dos *portfolios* analisados. Além disso, os resultados apresentam frequentemente coeficientes muito superiores a 1, o que também não se justifica para os fundos utilizados, dado que eles não podem se endividar para investir, alavancando suas posições.

Já os modelos baseados na minimização da variância dos desvios entre o fundo real e o *portfolio* de Estilo – métodos do Gradiente Simples, de Wolfe e de Projeção (também identificado como Quadrático) -, notamos que em repetidos testes eles apresentaram soluções muito próximas. As diferenças algumas vezes apresentada pelo método do Gradiente Simples em relação aos demais pode ser justificada pela influência da solução factível inicial dada ao modelo. Neste Trabalho, tomamos como solução inicial para este modelo aquela de menor volatilidade, ou seja, uma solução na qual se tem uma exposição de 100% ao CDI. Testes realizados com outras soluções iniciais levaram, em alguns casos, a soluções sensivelmente distintas.

Quanto ao emprego do modelo de CVaR, para o fundo fictício A, suas soluções foram coerentes e próximas da carteira real. Todavia, os resultados indicados para os fundos reais B e C desviaram do que era esperado tendo-se em vista os *benchmarks* destas carteiras, além de divergirem em relação aos apontados pelos modelos baseados na minimização da variância dos desvios entre *portfolio* e Análise de Estilo.

Entretanto, este resultado é compreensível à luz das características dos fundos analisados. O Fundo A, criado *ex-post* para este Trabalho de Formatura, não possui gestão ativa, ao passo que a sua carteira não sofreu inclusão ou exclusão de títulos ao longo de sua existência. Já os fundos B e C são carteiras recuperadas do mercado nacional de EFPCs, estando sujeitos à gestão ativa. O modelo de *tracking* através de restrições sobre CVaR, conforme proposto por Rockafellar e Uryasev (2002), busca copiar a série histórica de um índice (ou, neste caso, a cota de um fundo de investimentos) através da compra, num instante inicial, de certas quantidades de um grupo restrito de ativos financeiros. Logo, dada a lógica de construção do

fundo A – na qual títulos são comprados em determinadas quantidades iniciais, e mantidos na carteira sem alteração -, é de se esperar que o modelo de CVaR apresente para ele melhores resultados. Nos demais fundos, o modelo encontra dificuldades devido às possíveis alterações de quantidades de títulos ao longo da vida do *portfolio*.

O intuito de se avaliar um modelo baseado em restrição sobre o CVaR é, na verdade, o de conhecer o seu efeito sobre as caudas pesadas características dos ativos financeiros. Se observarmos os histogramas dos desvios obtidos entre o *portfolio* real e aquele proposto pelo modelo de CVaR para o fundo A num período de um ano (Gráfico 7), e compararmos ao histograma dos desvios obtidos empregando-se o *portfolio* sugerido por um dos modelos quadráticos (Gráfico 8), por exemplo, notamos claramente o efeito da restrição do CVaR sobre as caudas da distribuição. O histograma dos desvios advindos do modelo de CVaR possui um comportamento mais próximo da distribuição normal, além de ter caudas atenuadas em relação à distribuição dos desvios resultantes do modelo Quadrático, por exemplo.

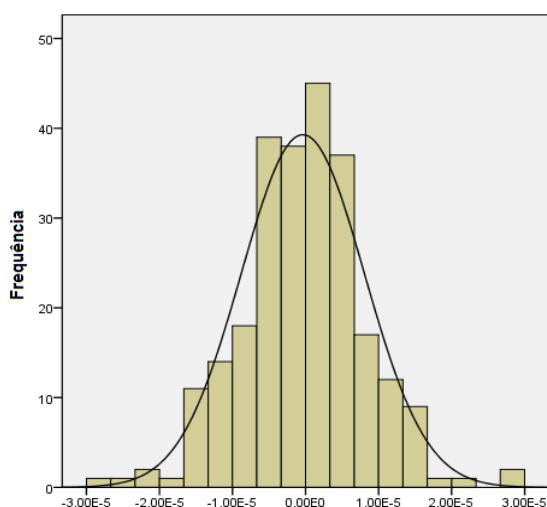


Gráfico 7: Histograma dos erros aleatórios - Modelo de CVaR para o Fundo A, Período Anual

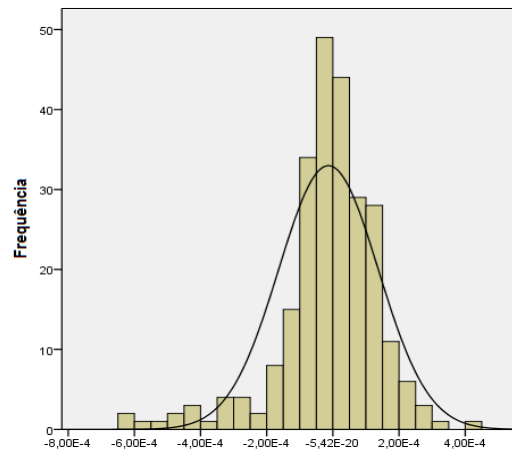


Gráfico 8: Histograma dos erros aleatórios - Modelo Quadrático para o Fundo A, Período Anual

Testes de normalidade (do tipo Kolmogorov-Smirnov) apresentados na Tabela 18 corroboraram nossas expectativas, demonstrando que a distribuição dos desvios advindos do CVaR podem ser considerada normal, num intervalo de confiança de 95% (dado que a significância indicada é superior a 0,05); a distribuição resultante do modelo Quadrático, por sua vez, sob o mesmo intervalo de confiança, não pode ser considerada normal.

Tabela 18: Testes de Normalidade sobre os erros dos modelos de CVaR e Quadrático

	Kolmogorov-Smirnov		
	Statistic	df	Sig.
Quadrático	,132	249	,000
CVaR	,040	249	,200

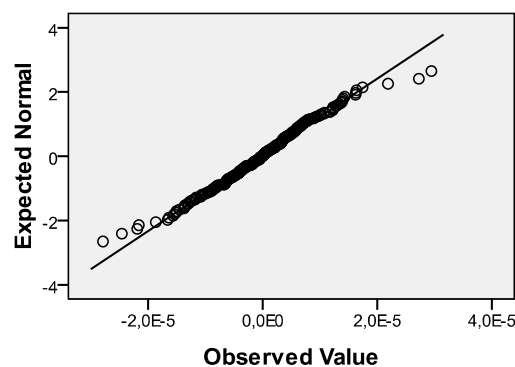


Gráfico 9 – Plot Q-Q Normal dos desvios do CVaR

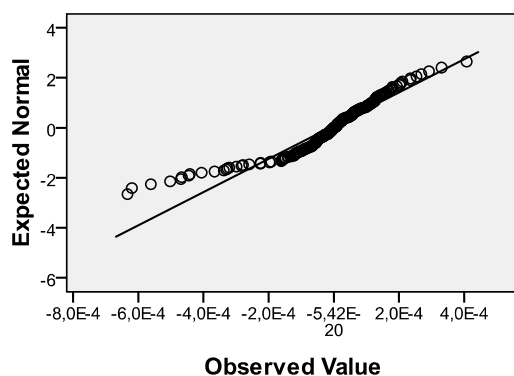


Gráfico 10 - Plot Q-Q Normal dos desvios do modelo Quadrático

Ao propor um modelo de *tracking* empregando restrições sobre CVaR, o intuito inicial deste Trabalho era de, uma vez comprovada a eficácia da restrição linear sobre o CVaR na mitigação dos efeitos de caudas pesadas, aplicá-la num modelo quadrático – ao passo que este tipo de modelagem já demonstra bons resultados para Análise de Estilo. Todavia, as tentativas de implementar tal restrição sobre um problema quadrático não logrou sucesso, devido ao mau condicionamento da matriz de covariância V das classes de ativos empregada nos modelos. Haja vista que seu determinante é praticamente nulo – $2,01 \cdot 10^{-232}$ para a matriz de covariâncias das classes de ativos do Grupo 2. Com isso, a adição da restrição linear sobre o CVaR no modelo quadrático acaba levando a uma situação de não convergência, e o algoritmo não é capaz de encontrar uma solução ótima.

O mau condicionamento da matriz V é fruto, por sua vez, da alta correlação existente entre certas classes de ativos. Apresentamos, em anexo, algumas matrizes de correlação baseadas em alguns grupos de ativos que exibem correlações significativas entre alguns de seus membros. Estamos falando aqui, notadamente, das NTN-Bs (títulos atrelados ao IPCA), assim como das LTNs e NTN-Fs (títulos precificados segundo taxas de juros pré-fixadas). Tais correlações também nos explicam porque, em certos casos, os modelos de otimização propostos neste trabalho, não são capazes de identificar com precisão um dado ativo dentro de uma classe de ativos, alocando recursos também em outros ativos correlacionados.

Adicionalmente, ressaltamos que não estão no escopo deste Trabalho testes estatísticos da significância dos coeficientes encontrados pelos modelos aqui propostos, assim como não nos dedicamos a uma análise quantitativa comparativa dos modelos com o intuito de identificar qual apresenta a melhor solução. No entanto, à luz da literatura, reconhecemos a dificuldade

de se quantificar a qualidade de um dado modelo em relação à real composição de um fundo de investimentos. Isso porque, uma vez determinado um *portfolio* de Estilo, não seria pertinente testá-lo em horizontes de tempo diferentes daquele no qual ele foi criado (procedimento este usual no caso da determinação de *portfolios* ótimos, por exemplo). Haja vista que a Análise de Estilo visa obter as exposições de um fundo objeto em uma dada janela temporal; sendo este fundo ativo, é esperado que a sua composição real se altere ao longo do tempo, logo, é esperado que não haja aderência da Análise de Estilo do fundo em períodos diferentes daquele para o qual ela foi calculada.

Todavia, no intuito de identificarmos se os resultados dos modelos testados são significativamente distintos, realizamos testes sobre os modelos de Regressão Linear, CVaR e Quadrático (os modelos de Wolfe e do Gradiente não foram testados, dada a proximidade dos mesmos ao modelo Quadrático). Foram calculados os retornos dos *portfolios* sugeridos pelos três modelos. Retiramos aleatoriamente, dentro das amostras anuais, semestrais e trimestrais, um certo número de dias (60 dentre os 249 dias da amostra anual; 40 dentre os 123 dias da amostra semestral; 30 dentre os 62 dias da amostra trimestral). Aqui, as sub-amostras foram retiradas de dentro das amostras completas devido a incoerência de obtê-los em uma janela temporal diferente, conforme explicitamos no parágrafo anterior. Foram então realizados testes t pareado sobre as sub-amostras dos retornos dos modelos, dois a dois, de maneira a determinar se as médias dos retornos obtidos através deles são diferentes entre si.

Os resultados dos testes, apresentados nas Tabelas 19, 20 e 21, foram obtidos através das soluções da Análise de Estilo encontradas para o fundo C. Observando os valores de *p-value* (apresentados na coluna "Sig. (2-tailed)") indicados pelos testes, eles nos mostram que, para todos os períodos, não podemos dizer que os retornos do modelo de CVaR sejam diferentes dos apontados pelo modelo Quadrático e a Regressão Multivariada, para um nível de significância de 5%. Já a comparação de retornos entre o modelo Quadrático e a Regressão Multivariada indica-nos que a média dos mesmos só pode ser considerada igual no período de análise trimestral; ou seja, suas médias tendem a se diferir com o aumento do período de análise.

Tabela 19: Teste de amostras pareadas - Período Anual

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				Interval of the				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 Regressão - Quadrático	,000056	,000150	,000019	,000018	,000095	2,913	59	,005
Pair 2 Regressão - CVAR	,000031	,000395	,000051	-,000072	,000133	,598	59	,552
Pair 3 Quadrático - CVAR	-,000026	,000372	,000048	-,000122	,000070	-,542	59	,590

Tabela 20: Testes de amostras pareadas - Período Semestral

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				Interval of the				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 Regressão - Quadrático	,000085	,000214	,000034	,000016	,000153	2,503	39	,017
Pair 2 Regressão - CVAR	,000021	,000302	,000048	-,000075	,000118	,445	39	,659
Pair 3 Quadrático - CVAR	-,000064	,000243	,000038	-,000141	,000014	-1,655	39	,106

Tabela 21: Testes de amostras pareadas - Período Trimestral

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
				Interval of the				
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 Regressão - Quadrático	,000128	,000388	,000071	-,000017	,000273	1,812	29	,080
Pair 2 Regressão - CVAR	,000041	,000859	,000157	-,000280	,000361	,260	29	,797
Pair 3 Quadrático - CVAR	-,000088	,000595	,000109	-,000310	,000135	-,806	29	,427

5. CONCLUSÃO

De maneira geral, este Trabalho de Formatura foi cumprir com o objetivo ao qual se propõe. Num primeiro momento, foram identificados na literatura os métodos mais utilizados para o cálculo da Análise de Estilo baseada no retorno, justificando os seus empregos em relação aos níveis Fraco, Semi-Forte e Forte. Adicionalmente, o método de *tracking* de índices com restrição sobre o CVaR é proposto para a resolução do problema, fato este até o momento inédito na literatura. Em seguida, os métodos elencados foram detalhados, compreendidos e, finalmente, testados em relação a uma amostra de controle – o fundo fictício A -, no intuito de evidenciar comparativamente as suas qualidades na identificação das exposições de um *portfolio* a classes de ativos definidas. Finalmente, os modelos foram igualmente testados em dois fundos de investimento reais, representando carteiras características de Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

Ademais, este estudo ainda propõe e aplica dois grupos de classes de ativos para o mercado brasileiro. Tomando como base os valores de R^2 superiores a 0,95 para as análises realizadas, podemos dizer que ambos os grupos são representativos dos mercados locais de renda fixa e renda variável. No entanto, o emprego de tais grupos de classes, com atenção especial para o Grupo 2, revelou-nos os efeitos negativos que o emprego de classes de ativos altamente correlacionadas entre si podem ter nos resultados da Análise de Estilo, fazendo com que os modelos se "percam" em relação à alocação de exposições em classes correlacionadas. Assim, é notável que valores de R^2 altos podem nos indicar a capacidade do conjunto de classes de ativos em explicar o comportamento de um dado fundo de investimentos; entretanto, ele não nos garante a coerência da solução encontrada à composição exata do fundo real.

Em relação aos modelos empregados para o cálculo da Análise de Estilo, características relevantes foram observadas quanto à sua aplicação ao mercado brasileiro de fundos de investimento. O modelo de Regressão Multivariada tradicional, a despeito de indicar-nos as sensibilidades de um fundo em relação às classes de ativos utilizadas, não apresenta resultados intuitivos, ao passo que seus coeficientes não somam 100%, além de indicar exposições negativas a certas classes para fundos aos quais não é permitido vender ativos que não possuem.

Já os modelos baseados na matriz de covariâncias das classes de ativos – estamos aqui tratando dos modelos do Gradiente Simples, Wolfe e Active Set – apesar de possuírem algoritmos distintos para a resolução do problema de otimização, tendem a apresentar resultados semelhantes. No mais, a imposição de restrições sobre os coeficientes permite a estes modelos de apresentar soluções coerentes com a política de investimentos de fundos tradicionais do mercado de EFPCs.

Quanto ao modelo empregando restrições sobre o CVaR dos erros entre o fundo real e o *portfolio* sugerido, verificamos que o mesmo responde bem a fundos em condições controladas, com gestão passiva, aproximando-se da composição real da carteira, principalmente em períodos mais longos. Além disso, a imposição da restrição sobre o CVaR leva a distribuição dos desvios entre o *portfolio* real e o de Estilo à normalidade, fato que não ocorre no caso do uso de modelos baseados na matriz de covariância das classes de ativos.

Entretanto, os resultados do modelo de CVaR perdem coerência quando aplicado a fundos reais, com gestão ativa. Este fato conduziu-nos a identificar que a gestão dinâmica das carteiras, ou seja, as alterações de composição que elas sofrem ao longo de uma janela de tempo, é fonte significativa de imprecisão no modelo. Na verdade, este fator acaba agindo sobre todos os modelos propostos neste Trabalho, ao passo que todos eles são modelos estáticos, buscando uma regressão multivariada sobre uma amostra que é dinâmica no tempo.

Podemos por fim inferir alguns pontos capazes de melhorar a qualidade dos modelos de otimização aplicados para a Análise de Estilo, vislumbrando futuras extensões para este Trabalho de Formatura. A primeira delas passa pela melhora da qualidade das classes de ativos, através da implementação de métodos capazes de diminuir as correlações entre as classes, levando a um melhor condicionamento da matriz de covariâncias. Uma breve passagem pela literatura revela-nos o emprego, por exemplo, de métodos hierárquicos ou de filtros no intuito de pré-selecionar classes de ativos mais adequadas para se explicar o comportamento de um dado fundo.

A melhora no condicionamento da matriz de covariâncias nos permitiria, conseqüentemente, o emprego de restrições sobre o CVaR dos desvios entre o *portfolio* real e o de Estilo, controlando os efeitos das caudas pesadas na distribuição. Tais restrições poderiam, então, trazer o comportamento de tais desvios para a normalidade, algo que seria mais coerente visto o emprego de modelos quadráticos baseados na variância dos retornos das classes de ativos.

Finalmente, concluímos que este Trabalho de Formatura tem sua relevância na compreensão dos modelos usualmente empregados para a Análise de Estilo de fundos de investimento. Ademais, tais modelos são aplicados à realidade brasileira, levando-nos à identificação de fatores que podem implicar na redução da qualidade de suas respostas. Por conseguinte, seus pontos críticos são elencados, indicando-nos o caminho para a melhora das soluções dos modelos aqui propostos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAPP. **Consolidado Estatístico - Maio 2010**. São Paulo: ABRAPP, 2010. 5 p.

Disponível em <

http://www.abrapp.org.br/ppub/portal/adm/editor/UploadArquivos/Consolidado_Estatistico_05_10.pdf>. Acesso em: 27 out. 2010.

ANBIMA. **Código Operacional do Mercado**: Anexo VI. ANBIMA, 2009. 42 p. Disponível em < http://www.andima.com.br/comites/arqs/com_anexo_6.pdf>. Acesso em 21 set. 2010.

ANBIMA. **Índices de Renda Fixa IMA**: Índices de Mercado ANBIMA. ANBIMA, 2010. 10 p. Disponível em < http://www.andima.com.br/ima/arqs/ima_cartilha.pdf>. Acesso em 27 set. 2010.

BMF&BOVESPA. **IBOVESPA**. São Paulo: BMF&BOVESPA, 2009a. 13 p. Disponível em < <http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/IBovespa.pdf>>. Acesso em: 16 out. 2010.

BMF&BOVESPA. **IBX**. São Paulo: BMF&BOVESPA, 2009b. 14 p. Disponível em < <http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/IBrX.pdf>>. Acesso em: 16 out. 2010.

BODSON, L.; COEN, A.; HUBNER, G. **Dynamic Hedge Fund Style Analysis with Errors in Variables**. 2007. Disponível em: < www.fma.org/Prague/Papers/DHFSA_with_EIV.pdf >. Acesso em: 22 set. 2010.

BUETOW, J.; GERALD, W.; JOHNSON, R.R.; RUNKLE, D.E. The Inconsistency of Return - Based Style Analysis. **Journal of Portfolio Management**, v. 26, 61-77, 2000.

BAZARAA, M.; SHERALI, H.; SHETTY, C. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. New Jersey: Wiley & Sons, 3a edição, 2006.

DEBENTURES.COM.BR. **Banco de Dados de Debentures**. 2010. Disponível em <www.debentures.com.br>. Acesso em: 2 nov. 2010.

DRAPER, N.; SMITH, H. **Applied Regression Analysis**. New York: Wiley, 3a edição, 1998.

DE ROON, F.; NIJMAN, T.; TER HORST, J. **Evaluating Style Analysis**. 2003. Disponível em <<http://www.inquire-europe.org/project/finished%20projects/roonnijmanterhorst.pdf>>.

Acesso em: 13 out. 2010.

ELTON, E.; GRUBER, M.; BROWN, S.; GOETZMANN, W. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. New York: Wiley, 6a edição, 2003.

KAPLAN, P. **Holdings-Based and Returns-Based Style Models**. 2003. Disponível em: <Corporate.morningstar.com/us/research>. Acesso em: 18 set. 2010

LIMA, I.; LIMA, G.; PIMENTEL, R (Org). **Curso de Mercado Financeiro: Tópicos Especiais**. São Paulo: Atlas, 2007.

LOBOSCO, A.; DIBARTOLOMEO, D. Approximating the Confidence Intervals for Sharpe Style Weights. **Financial Analysts Journal**, v. 53, n. 4, p. 80-85, 1997.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, New York: American Finance Association, v.7, n.1, p.77-91, mar.,1952.

MATHWORKS. **R2010b Documentation – Optimization Toolbox: Quadprog**. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/toolbox/optim/ug/quadprog.html>>. Acesso em: 21 out. 2010.

McNEIL, A.; FREY, R.; EMBRECHTS, P. **Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools**. Princeton: Princeton University Press, 2005.

ROCKAFELLAR, R.T.; URYASEV, S. Conditional value at risk for general loss distributions. **Journal of Banking and Finance**. v. 26, p. 1443-1447, 2002.

SHARPE, W.F. Determining a Fund's Effective Asset Mix. **Investment Management Review**, p. 59-69, dez. 1988.

_____. Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement. **Journal of Portfolio Management**, n. 18, p. 7-19, 1992.

_____. **The Gradient Method**. [19--]. Disponível em:

<http://www.stanford.edu/~wfsharpe/mia/opt/mia_opt1.htm>. Acesso em: 21 jun. 2010.

VARGA, G.; VALLI, M. Análise de Estilo de Investimento Baseada no Retorno. **Revista da ANBID**, p 12-16, dez. 1998.

WINSTON, W. **Operations research**. Belmont, CA: Thomson, 2004.

WOLFE, P. The Simplex Method for Quadratic Programming. **Econometrica**, v. 27, n. 3, p. 382-398, jul. 1959.

YOSHINAGA, C.; CASTRO JUNIOR, F.; ODA, A.; LUCCHESI, E. Analise de Estilo em Fundos Multimercados com e sem Alavancagem no Brasil. **REGES - Revista Eletronica de Gestão**, Picos, v. 2, n. 1, p. 9-21, jan./abr. 2009.

ANEXO B – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo A

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,65%	0,02	1,55%	1,55%	1,55%	0,88%
EURO	0,00%	0,00	0,09%	0,09%	0,09%	0,45%
IBOV	0,00%	0,00	0,16%	0,16%	0,16%	1,64%
IBX	8,26%	0,10	10,09%	10,08%	10,09%	6,55%
IMAB-5	28,93%	0,34	33,86%	33,86%	33,86%	31,63%
IMAB-5+	3,31%	0,04	4,08%	4,08%	4,08%	3,20%
CDI	20,66%	-1,27	30,87%	30,87%	30,87%	0,00%
IMA-S	19,01%	0,65	0,00%	0,00%	0,00%	31,40%
IRFM	18,18%	0,19	19,31%	19,31%	19,31%	24,24%
β_0		0,00				
R2		0,9834	0,9831	0,9831	0,9831	0,9999

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,17%	0,01	1,29%	1,29%	1,29%	2,22%
EURO	0,00%	0,00	0,12%	0,12%	0,12%	0,00%
IBOV	0,00%	0,00	0,36%	0,33%	0,33%	2,10%
IBX	10,84%	0,11	10,92%	10,96%	10,96%	8,96%
IMAB-5	28,44%	0,32	31,62%	31,84%	31,84%	31,90%
IMAB-5+	3,47%	0,04	4,21%	4,19%	4,19%	0,82%
CDI	19,99%	17,27	38,12%	37,94%	37,94%	0,00%
IMA-S	18,40%	-7,51	0,00%	0,00%	0,00%	23,61%
IRFM	17,69%	0,13	13,35%	13,34%	13,34%	30,38%
β_0		-0,00				
R2		0,9892	0,9029	0,9892	0,9892	0,9997

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,12%	0,02	1,88%	1,88%	1,88%	0,73%
EURO	0,00%	0,00	0,14%	0,14%	0,14%	0,00%
IBOV	0,00%	0,02	2,37%	2,35%	2,35%	6,27%
IBX	11,65%	0,10	9,26%	9,27%	9,27%	4,35%
IMAB-5	28,23%	0,28	28,67%	28,75%	28,75%	24,52%
IMAB-5+	3,41%	0,07	5,49%	5,47%	5,47%	2,94%
CDI	19,81%	143,75	37,02%	36,93%	36,93%	32,94%
IMA-S	18,23%	-16,93	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IRFM	17,55%	0,16	15,17%	15,21%	15,21%	28,25%
β_0		-0,04				
R2		0,9783	0,9768	0,9768	0,9768	0,9987

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	1,14%	0,01	1,50%	1,50%	1,50%	1,25%
EURO	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOV	0,00%	0,02	1,48%	1,49%	1,48%	4,80%
IBX	11,12%	0,10	9,77%	9,77%	9,77%	6,08%
IMAB-5	28,53%	0,39	39,64%	39,64%	39,64%	41,92%
IMAB-5+	3,48%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,43%
CDI	19,77%	21,60	39,12%	39,11%	39,12%	44,43%
IMA-S	18,20%	17,13	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IRFM	17,75%	0,09	8,48%	8,48%	8,48%	1,08%
β_0		-0,01				
R2		0,9951	0,9949	0,9949	0,9949	0,9994

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	16,53%	0,13	11,74%	12,00%	12,00%	16,59%
NTN-B nov/11	4,13%	0,01	2,59%	2,25%	2,25%	3,86%
NTN-B ago/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,02	0,60%	0,12%	0,12%	0,00%
NTN-B nov/13	8,26%	0,10	9,36%	9,85%	9,85%	8,78%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,83%	0,02	0,25%	0,31%	0,31%	0,43%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,42%
NTN-B ago/20	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	2,48%	0,04	2,40%	2,39%	2,39%	2,34%
ΣNTN-Bs	32,23%		26,95%	26,93%	26,93%	32,48%
NTN-F jul/10	0,00%	0,22	0,00%	0,00%	0,00%	0,39%
NTN-F jan/11	2,48%	-0,06	0,00%	7,32%	7,35%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,01	0,26%	0,41%	0,41%	0,00%
NTN-F jan/14	1,24%	0,01	0,86%	0,76%	0,76%	0,77%
NTN-F jan/17	0,00%	0,01	0,12%	0,14%	0,14%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,18%
ΣNTN-Fs	3,72%		1,25%	8,63%	8,66%	1,35%
LTN abr/10	0,41%	0,33	12,83%	14,50%	14,50%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,37	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	12,40%	0,21	15,79%	8,21%	8,18%	14,27%
LTN abr/11	1,65%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,64%
LTN jul/11	0,00%	0,03	0,29%	0,57%	0,57%	0,61%
LTN jul/12	0,00%	0,01	1,53%	1,54%	1,54%	0,00%
ΣLTNs	14,46%		30,45%	24,82%	24,79%	16,52%
CDI	20,66%	-2,00	29,68%	27,95%	27,94%	0,00%
IMA-S	19,01%	1,01	0,00%	0,00%	0,00%	39,63%
CDI + IMA-S	39,67%		29,68%	27,95%	27,94%	39,63%
DÓLAR	1,65%	0,01	1,41%	1,42%	1,42%	1,73%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,00	0,11%	0,09%	0,09%	0,06%
IBX	8,26%	0,10	10,15%	10,17%	10,17%	8,23%
β_0		0,00				
R2		0,9918	0,9910	0,9910	0,9910	1,0000

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão				Modelo	
	Fundo A	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,02	0,74%	0,00%	0,46%	0,72%
NTN-B mai/11	16,24%	0,11	12,30%	17,36%	12,40%	16,73%
NTN-B nov/11	4,05%	0,07	5,68%	3,35%	5,63%	3,17%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/13	8,15%	0,15	9,26%	8,75%	9,34%	8,99%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,83%	0,01	0,09%	0,29%	0,01%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,01	0,45%	0,00%	0,49%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,73%
NTN-B mar/23	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,14%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	2,64%	0,03	2,55%	2,84%	2,55%	2,44%
ΣNTN-Bs	31,91%		31,08%	32,59%	30,88%	32,91%
NTN-F jul/10	0,00%	0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	2,41%	-0,19	0,00%	12,27%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,01	0,10%	0,56%	0,21%	0,43%
NTN-F jan/14	1,20%	0,01	0,69%	0,47%	0,62%	0,48%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,13%
NTN-F jan/21	0,00%	0,00	0,00%	0,18%	0,00%	0,02%
ΣNTN-Fs	3,61%		0,79%	13,49%	0,84%	1,05%
LTN abr/10	0,40%	0,13	4,13%	0,00%	8,28%	14,77%
LTN jul/10	0,00%	-0,19	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	-0,03	0,00%	3,34%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	12,06%	0,29	13,36%	0,00%	12,90%	11,43%
LTN abr/11	1,61%	0,06	1,60%	0,00%	1,60%	1,59%
LTN jul/11	0,00%	0,08	2,68%	0,00%	2,75%	1,03%
LTN jul/12	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	14,07%		21,77%	3,34%	25,53%	28,82%
CDI	19,99%	-12,78	34,15%	38,04%	0,00%	0,00%
IMA-S	18,40%	-0,37	0,00%	0,00%	30,55%	25,31%
CDI + IMA-S	38,39%		34,15%	38,04%	30,55%	25,31%
DÓLAR	1,17%	0,01	1,02%	1,10%	1,02%	1,13%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,03%	0,00%	0,06%
IBOVESPA	0,00%	-0,00	0,00%	0,03%	0,00%	0,10%
IBX	10,84%	0,11	11,18%	11,38%	11,18%	10,61%
β_0		0,00				
R2		0,9993	0,9991	1,0000	0,9991	1,0000

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivariedade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,03%
NTN-B mai/11	16,16%	0,13	17,30%	15,66%	15,65%	16,86%
NTN-B nov/11	4,02%	0,08	1,64%	2,30%	2,30%	2,10%
NTN-B ago/12	0,00%	0,01	1,81%	2,44%	2,44%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,91%
NTN-B nov/13	8,05%	0,13	7,41%	7,68%	7,68%	7,51%
NTN-B ago/14	0,00%	0,00	0,65%	0,35%	0,35%	0,00%
NTN-B mai/15	0,81%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,68%
NTN-B mai/17	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,08%
NTN-B ago/20	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,04	0,00%	0,00%	0,00%	1,18%
NTN-B ago/24	0,00%	0,03	0,00%	0,37%	0,37%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,00	1,03%	0,75%	0,75%	0,60%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	2,59%	0,03	2,49%	2,41%	2,41%	1,47%
ΣNTN-Bs	31,64%		32,34%	31,95%	31,95%	32,42%
NTN-F jul/10	0,00%	0,44	0,00%	2,35%	2,33%	7,12%
NTN-F jan/11	2,40%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	5,97%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,89%
NTN-F jan/13	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,38%
NTN-F jan/14	1,19%	0,02	0,91%	1,12%	1,12%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,00	0,18%	0,15%	0,15%	0,00%
ΣNTN-Fs	3,58%		1,09%	3,62%	3,61%	15,36%
LTN abr/10	0,40%	-0,20	0,00%	37,17%	37,18%	32,85%
LTN jul/10	0,00%	-0,28	0,19%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	4,95%
LTN jan/11	11,98%	-0,03	10,93%	13,16%	13,16%	0,00%
LTN abr/11	1,60%	0,11	1,57%	1,57%	1,57%	1,62%
LTN jul/11	0,00%	0,08	2,90%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	-0,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	13,97%		15,58%	51,90%	51,91%	39,42%
CDI	19,81%	12,70	38,42%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	18,23%	44,48	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	38,04%		38,42%	0,00%	0,00%	0,00%
DÓLAR	1,12%	0,01	1,20%	1,19%	1,19%	1,01%
EURO	0,00%	-0,00	0,04%	0,02%	0,02%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,00	0,32%	0,37%	0,37%	0,00%
IBX	11,65%	0,11	11,00%	10,95%	10,95%	11,79%
β_0		-0,02				
R2		0,9998	0,9994	0,9994	0,9994	1,0000

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão			Modelo		
	Fundo A	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,07	0,00%	0,46%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	16,30%	0,21	20,59%	12,41%	17,37%	16,82%
NTN-B nov/11	4,07%	0,00	1,18%	5,63%	3,34%	4,57%
NTN-B ago/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/13	8,16%	0,11	7,90%	9,34%	8,75%	4,12%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,03	0,97%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,82%	-0,00	0,24%	0,01%	0,29%	3,10%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,00	0,02%	0,49%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,00	0,15%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,04	1,51%	0,00%	0,00%	3,80%
NTN-B mai/45	2,66%	-0,02	1,18%	2,54%	2,83%	0,00%
ΣNTN-Bs	32,02%		33,74%	30,88%	32,59%	32,41%
NTN-F jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	2,40%	0,00	0,00%	0,00%	12,26%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,06%
NTN-F jan/13	0,00%	0,00	0,00%	0,21%	0,56%	0,00%
NTN-F jan/14	1,20%	0,04	1,45%	0,62%	0,48%	1,00%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,18%	0,00%
ΣNTN-Fs	3,60%		1,45%	0,84%	13,48%	1,06%
LTN abr/10	0,00%	0,00	0,00%	8,29%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	1,77%	0,00	0,00%	0,00%	3,36%	17,19%
LTN jan/11	11,98%	0,00	0,00%	12,90%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	0,12	7,53%	1,60%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	0,00	0,00%	2,75%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,40%	0,00	3,12%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	14,15%		10,65%	25,54%	3,36%	17,19%
CDI	19,77%	0,00	41,66%	0,00%	38,04%	37,26%
IMA-S	18,20%	0,00	0,00%	30,54%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	37,97%		41,66%	30,54%	38,04%	37,26%
DÓLAR	1,14%	0,01	1,09%	1,02%	1,10%	0,80%
EURO	0,00%	-0,00	0,07%	0,00%	0,03%	0,10%
IBOVESPA	0,00%	-0,01	0,16%	0,00%	0,02%	0,00%
IBX	11,12%	0,12	11,18%	11,18%	11,38%	11,17%
β_0		0,00				
R2		1,0000	0,9998	0,9991	1,0000	0,9999

ANEXO C – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo B

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,50%
IBOV	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	3,34%
IBX	11,64%	0,10	8,89%	8,89%	8,89%	3,25%
IMAB-5	8,06%	0,08	6,14%	6,14%	6,14%	14,48%
IMAB-5+	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI	72,49%	-2,90	0,00%	0,00%	0,00%	78,43%
IMA-S	7,81%	4,70	84,43%	84,43%	84,43%	0,00%
IRFM	0,00%	0,02	0,54%	0,54%	0,54%	0,00%
α_0		-0,00				
R2		0,9676	0,9665	0,9665	0,9665	0,9995

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
CDI	39,89%	-17,07	85,47%	0,00%	0,00%	76,52%
DOLAR	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOV	0,00%	0,01	0,84%	0,84%	0,84%	2,89%
IBX	8,44%	0,09	8,69%	8,69%	8,69%	7,32%
IMAB-5	14,74%	0,05	3,80%	3,81%	3,81%	13,28%
IMAB-5+	0,00%	0,01	0,95%	0,95%	0,94%	0,00%
IMA-S	36,92%	-28,79	0,24%	85,71%	85,71%	0,00%
IRFM	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
β_0		0,02				
R2		0,9664	0,9655	0,9655	0,9655	0,9975

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
CDI	46,41%	-54,02	83,89%	83,89%	83,89%	0,00%
DOLAR	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,86%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOV	0,00%	0,02	1,18%	1,18%	1,18%	0,00%
IBX	8,42%	0,10	10,46%	10,46%	10,46%	12,67%
IMAB-5	15,32%	0,10	4,47%	4,47%	4,47%	19,85%
IMAB-5+	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	29,85%	-79,90	0,00%	0,00%	0,00%	66,62%
IRFM	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
β_0		0,04				
R2		0,9858	0,9850	0,9850	0,9850	0,9975

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão				Modelo	
	Fundo B	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,00	0,69%	0,69%	0,69%	1,85%
IBX	12,01%	0,13	12,07%	12,07%	12,07%	11,37%
IMAB-5	7,14%	0,02	2,67%	2,66%	2,66%	4,77%
IMAB-5+	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	1,10%
CDI	52,09%	3,74	82,06%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	28,76%	115,71	0,00%	82,08%	82,08%	73,92%
IRFM	0,00%	0,01	2,52%	2,50%	2,50%	6,99%
β_0		-0,04				
R2		0,9926	0,9917	0,9917	0,9917	0,9989

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,87%	0,04	0,38%	0,38%	0,38%	0,00%
NTN-B mai/11	7,19%	0,06	2,18%	2,18%	2,18%	2,04%
NTN-B nov/11	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,19%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Bs	8,06%		2,56%	2,56%	2,56%	2,23%
NTN-F jul/10	0,00%	0,60	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-0,46	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	3,10%
NTN-Fs	0,00%		0,00%	0,00%	0,00%	3,10%
LTN abr/10	0,00%	-0,26	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,45	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,04	7,18%	7,18%	7,18%	6,53%
LTN jan/11	0,00%	0,51	0,00%	0,00%	0,00%	4,06%
LTN abr/11	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,07	0,37%	0,37%	0,37%	0,00%
LTNs	0,00%		7,55%	7,55%	7,55%	10,59%
CDI	72,49%	-5,09	0,00%	0,00%	0,00%	77,36%
IMA-S	7,81%	6,82	80,98%	80,98%	80,98%	0,00%
CDI + IMA-S	80,30%		80,98%	80,98%	80,98%	77,36%
DÓLAR	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	2,76%
IBX	11,64%	0,09	8,91%	8,91%	8,91%	3,95%
β_0		-0,00				
R2		0,9718	0,9674	0,9674	0,9674	0,9995

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	14,74%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/11	0,00%	-0,18	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	0,09	0,00%	1,11%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	-0,19	0,91%	0,00%	0,94%	7,24%
NTN-B nov/13	0,00%	0,20	1,46%	0,00%	1,45%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,09	0,00%	0,65%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,04	1,44%	0,00%	1,44%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	-0,06	0,00%	0,28%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,18	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Bs	14,74%		3,82%	2,04%	3,83%	7,24%
NTN-F jul/10	0,00%	-0,52	0,00%	13,50%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-0,62	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,12	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,02	0,00%	0,99%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	1,58%
NTN-Fs	0,00%		0,00%	14,49%	0,00%	1,58%
LTN jul/12	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,03	0,30%	0,00%	0,30%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	0,65	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,17	3,50%	0,00%	3,52%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	0,73	0,00%	0,00%	0,00%	21,80%
LTN abr/10	0,00%	-0,64	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTNs	0,00%		3,80%	0,00%	3,82%	21,80%
CDI	39,89%	-17,91	82,85%	3,02%	0,00%	59,36%
IMA-S	36,92%	-62,07	0,01%	67,72%	82,83%	0,00%
CDI + IMA-S	76,82%		82,85%	70,74%	82,83%	59,36%
DÓLAR	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,01	0,41%	0,40%	0,41%	0,00%
IBX	8,44%	0,08	9,12%	12,33%	9,12%	10,02%
β_0		0,03				
R2		0,9754	0,9664	0,9923	0,9664	0,9983

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivarida	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,22	2,04%	2,00%	2,01%	25,69%
NTN-B mai/11	15,32%	0,28	0,00%	0,00%	0,00%	2,91%
NTN-B nov/11	0,00%	-0,35	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,33	2,28%	2,26%	2,26%	3,02%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,27	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,21	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,18	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	-0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,15	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Bs	15,32%		4,32%	4,27%	4,27%	31,62%
NTN-F jul/10	0,00%	1,42	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	1,41	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Fs	0,00%		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	-1,47	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,19	5,51%	5,54%	5,55%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,78	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/10	0,00%	-5,27	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTNs	0,00%		5,51%	5,54%	5,55%	0,00%
CDI	46,41%	-107,40	78,54%	78,55%	78,55%	0,00%
IMA-S	29,85%	-241,88	0,00%	0,00%	0,00%	54,98%
CDI + IMA-S	76,26%		78,54%	78,55%	78,55%	54,98%
DÓLAR	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,21%
EURO	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	0,01	1,09%	1,09%	1,09%	0,00%
IBX	8,42%	0,10	10,54%	10,54%	10,54%	13,19%
β_0		0,12				
R2		0,9948	0,9851	0,9851	0,9851	0,9990

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão			Modelo		
	Fundo B	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-0,92	0,00%	0,00%	0,00%	2,65%
NTN-B mai/11	2,26%	-0,26	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	4,88%	0,91	1,22%	0,00%	1,11%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,00	0,00%	0,94%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,04	0,00%	1,45%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,72	0,55%	0,00%	0,65%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	0,34	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,14	0,00%	1,44%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,20	0,32%	0,00%	0,28%	0,12%
NTN-B mar/23	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,27	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,20	0,00%	0,00%	0,00%	1,99%
NTN-B nov/35	0,00%	1,27	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,86	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-Bs	7,14%		2,09%	3,83%	2,04%	4,76%
NTN-F jul/10	0,00%	0,00	13,20%	0,00%	13,50%	19,89%
NTN-F jan/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	-0,46	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,25	0,99%	0,00%	0,99%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	1,00%
NTN-Fs	0,00%		14,19%	0,00%	14,49%	20,90%
LTN jul/12	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,06	0,00%	0,30%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,00	0,00%	3,52%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTNs	0,00%		0,00%	3,82%	0,00%	0,00%
CDI	52,09%	0,00	70,98%	0,00%	0,00%	61,09%
IMA-S	28,76%	0,00	0,00%	82,83%	70,74%	0,00%
CDI + IMA-S	80,85%		70,98%	82,83%	70,74%	61,09%
DÓLAR	0,00%	0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,08	0,42%	0,41%	0,40%	0,00%
IBX	12,01%	0,23	12,32%	9,12%	12,33%	13,26%
β_0		0,00				
R2		1,0000	0,9923	0,9664	0,9923	0,9992

ANEXO D – Resultados da Análise de Estilo para o Fundo C

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
DOLAR	0,00%	0,00	0,40%	0,40%	0,40%	2,17%
EURO	0,00%	0,00	0,19%	0,19%	0,19%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	13,77%
IBX	27,50%	0,22	20,23%	20,23%	20,23%	2,63%
IMAB-5	43,50%	0,52	50,66%	50,67%	50,66%	75,50%
IMAB-5+	0,00%	0,01	0,98%	0,98%	0,98%	5,93%
CDI	14,50%	7,84	1,31%	0,00%	1,31%	0,00%
IMA-S	0,00%	-6,51	0,00%	1,29%	0,00%	0,00%
IRFM	14,50%	0,26	26,23%	26,24%	26,23%	0,00%
β_0		-0,00				
R2		0,9776	0,9774	0,9774	0,9774	0,9988

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
CDI	14,50%	-95,79	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DOLAR	0,00%	-0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	0,01	0,57%	0,57%	0,57%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	18,52%
IBX	27,50%	0,25	20,74%	20,74%	20,74%	0,00%
IMAB-5	43,50%	0,51	45,62%	45,62%	45,62%	76,40%
IMAB-5+	0,00%	0,01	1,84%	1,84%	1,84%	5,08%
IMA-S	0,00%	-124,50	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IRFM	14,50%	0,33	31,22%	31,22%	31,22%	0,00%
β_0		0,07				
R2		0,9727	0,9718	0,9718	0,9718	0,9936

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
CDI	14,50%	-337,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DOLAR	0,00%	0,01	0,82%	0,82%	0,82%	0,00%
EURO	0,00%	0,00	0,86%	0,86%	0,86%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	20,40%
IBX	27,50%	0,29	23,49%	23,49%	23,49%	0,00%
IMAB-5	43,50%	0,54	44,47%	44,47%	44,47%	72,93%
IMAB-5+	0,00%	-0,07	0,00%	0,00%	0,00%	6,67%
IMA-S	0,00%	-293,80	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IRFM	14,50%	0,38	30,36%	30,36%	30,36%	0,00%
β_0		0,21				
R2		0,9633	0,9599	0,9599	0,9599	0,9790

Resultados para o Grupo 1 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão				Modelo	
	Fundo C	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
CDI	14,50%	-191,11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DOLAR	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,00	0,80%	0,80%	0,80%	0,00%
IBOV	0,00%	-0,23	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBX	27,50%	0,51	27,08%	27,08%	27,08%	28,35%
IMAB-5	43,50%	0,66	23,01%	23,01%	23,01%	39,55%
IMAB-5+	0,00%	0,00	17,63%	17,63%	17,63%	5,08%
IMA-S	0,00%	-189,40	0,00%	0,00%	0,00%	18,13%
IRFM	14,50%	0,45	31,48%	31,48%	31,48%	8,89%
β_0		0,12				
R2		0,9827	0,9720	0,9720	0,9720	0,9901

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Anual

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/11	0,00%	0,15	9,30%	9,30%	9,30%	11,10%
NTN-B nov/11	0,00%	0,15	17,16%	17,16%	17,16%	37,66%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,13	5,79%	5,79%	5,79%	16,17%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	-0,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	-0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,07	6,18%	6,18%	6,18%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Bs	43,50%		38,44%	38,44%	38,44%	64,93%
NTN-F jul/10	0,00%	1,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-0,90	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	-0,03	0,22%	0,22%	0,22%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	0,01	1,46%	1,46%	1,46%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	6,66%
ΣNTN-Fs	0,00%		1,67%	1,67%	1,67%	6,66%
LTN abr/10	0,00%	-0,42	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-1,07	0,00%	0,00%	0,00%	11,02%
LTN out/10	0,00%	0,36	1,42%	1,42%	1,42%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	1,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,53	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,21	18,86%	18,86%	18,86%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,47	0,00%	0,00%	0,00%	1,36%
ΣLTNs	0,00%		20,28%	20,28%	20,28%	12,38%
ΣLTNs + ΣNTN-Fs	14,50%		21,95%	21,95%	21,95%	19,04%
CDI	14,50%	5,88	18,84%	18,84%	18,84%	0,00%
IMA-S	0,00%	-4,77	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	14,50%		18,84%	18,84%	18,84%	0,00%
DÓLAR	0,00%	0,00	0,27%	0,27%	0,27%	0,00%
EURO	0,00%	0,00	0,24%	0,24%	0,24%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	9,09%
IBX	27,50%	0,22	20,25%	20,25%	20,25%	6,94%
β_0		-0,00				
R2		0,9795	0,9773	0,9773	0,9773	0,9995

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Semestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivaridada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,58	20,30%	20,30%	20,30%	7,82%
NTN-B mai/11	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/11	0,00%	0,08	4,60%	4,60%	4,60%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,13	0,00%	0,00%	0,00%	49,12%
NTN-B mai/13	0,00%	0,00	2,72%	2,72%	2,72%	19,40%
NTN-B nov/13	0,00%	0,09	10,01%	10,01%	10,01%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	0,11	1,86%	1,86%	1,86%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,05	6,51%	6,51%	6,51%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	0,22	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,17	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,04	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Bs	43,50%		46,00%	45,99%	46,00%	76,35%
NTN-F jul/10	0,00%	1,34	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-3,18	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	0,06	15,00%	15,00%	15,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,16	0,80%	0,80%	0,80%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,70%
ΣNTN-Fs	0,00%		15,80%	15,80%	15,80%	0,70%
LTN abr/10	0,00%	-2,96	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-0,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,49	4,48%	4,48%	4,47%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	3,19	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,57	0,00%	0,00%	0,00%	2,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,34	12,60%	12,60%	12,61%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,51	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣLTNs	0,00%		17,08%	17,08%	17,08%	2,00%
ΣLTNs + ΣNTN-Fs	14,50%		32,87%	32,88%	32,87%	2,70%
CDI	14,50%	-119,69	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	0,00%	-163,50	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	14,50%		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DÓLAR	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	0,01	0,41%	0,41%	0,41%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBX	27,50%	0,21	20,72%	20,71%	20,72%	20,96%
β_0		0,09				
R2		1,0000	0,9740	0,9740	0,9740	0,9963

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Trimestral

	Regressão			Modelo		
	Fundo C	Multivariada	Gradiente	Wolfe	Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	0,11	15,94%	15,94%	15,94%	0,00%
NTN-B mai/11	0,00%	0,61	19,23%	19,23%	19,23%	0,00%
NTN-B nov/11	0,00%	-0,29	0,00%	0,00%	0,00%	32,70%
NTN-B ago/12	0,00%	-0,24	0,00%	0,00%	0,00%	21,29%
NTN-B mai/13	0,00%	0,75	0,00%	0,00%	0,00%	6,19%
NTN-B nov/13	0,00%	-1,05	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	0,41	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	0,20	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	-0,09	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/20	0,00%	0,24	13,40%	13,40%	13,40%	0,00%
NTN-B mar/23	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	-0,34	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	0,16	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	-0,11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Bs	43,50%		48,57%	48,57%	48,57%	60,18%
NTN-F jul/10	0,00%	14,86	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	-5,78	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,09	24,68%	24,68%	24,68%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,37	1,90%	1,90%	1,90%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	-0,03	0,00%	0,00%	0,00%	7,48%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,13	0,00%	0,00%	0,00%	4,89%
NTN-F jan/21	0,00%	0,06	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Fs	0,00%		26,58%	26,58%	26,58%	12,37%
LTN abr/10	0,00%	-10,95	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	-15,08	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	6,99	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-0,73	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	-0,46	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/12	0,00%	0,65	0,00%	0,00%	0,00%	1,91%
ΣLTNs	0,00%		0,00%	0,00%	0,00%	1,91%
ΣLTNs + ΣNTN-Fs	14,50%		26,58%	26,58%	26,58%	14,28%
CDI	14,50%	-293,23	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	0,00%	-687,03	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	14,50%		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DÓLAR	0,00%	0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	0,01	1,55%	1,55%	1,55%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBX	27,50%	0,30	23,30%	23,30%	23,30%	25,54%
β_0		0,33				
R2		0,9833	0,9656	0,9656	0,9656	0,9884

Resultados para o Grupo 2 de classes de ativos, Período Mensal

	Regressão					
	Fundo C	Multivaridade	Gradiente	Wolfe	Modelo Quadrático	CVaR
NTN-B ago/10	0,00%	-1,87	12,72%	12,72%	12,72%	0,00%
NTN-B mai/11	0,00%	0,89	19,64%	19,63%	19,64%	7,24%
NTN-B nov/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/12	0,00%	1,66	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/13	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/13	0,00%	-0,49	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/14	0,00%	-1,02	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/15	0,00%	0,46	2,85%	2,85%	2,85%	0,00%
NTN-B mai/17	0,00%	0,05	0,00%	0,00%	0,00%	9,86%
NTN-B ago/20	0,00%	0,17	13,05%	13,05%	13,05%	2,93%
NTN-B mar/23	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B ago/24	0,00%	0,16	0,89%	0,89%	0,89%	0,00%
NTN-B nov/33	0,00%	-0,30	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B nov/35	0,00%	2,10	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-B mai/45	0,00%	-1,70	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ΣNTN-Bs	43,50%		49,14%	49,14%	49,14%	20,02%
NTN-F jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/12	0,00%	-0,30	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/13	0,00%	0,45	1,09%	1,09%	1,09%	0,00%
NTN-F jan/14	0,00%	0,49	0,00%	0,00%	0,00%	2,00%
NTN-F jan/17	0,00%	-0,01	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
NTN-F jan/21	0,00%	-0,12	4,90%	4,90%	4,90%	0,00%
ΣNTN-Fs	0,00%		5,99%	5,99%	5,99%	2,00%
LTN abr/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN out/10	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jan/11	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN abr/11	0,00%	-1,37	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
LTN jul/11	0,00%	0,00	0,00%	16,53%	0,00%	49,97%
LTN jul/12	0,00%	0,00	16,53%	0,00%	16,53%	0,00%
ΣLTNs	0,00%		16,53%	16,53%	16,53%	49,97%
ΣLTNs + ΣNTN-Fs	14,50%		22,51%	22,52%	22,52%	51,97%
CDI	14,50%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IMA-S	0,00%	0,00	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
CDI + IMA-S	14,50%		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
DÓLAR	0,00%	0,07	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
EURO	0,00%	-0,05	1,18%	1,18%	1,18%	0,00%
IBOVESPA	0,00%	-0,64	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
IBX	27,50%	1,02	27,16%	27,16%	27,16%	28,01%
β ₀		0,00				
R2		1,0000	0,9780	0,9780	0,9780	0,9936